Collection "TAYARA"
N°: 01

# BAC

# Aide-Mémoire

en

# Sciences Physiques

## 7èmes

Mathématiques

Sciences Expérimentales

& Technique

Ouerfelli BouAcha Noureddine & Soltani Ali

BAC

Nom : .....

Prénom : .....

Année scolaire : .....

Lycée : .....

# AIDE-MEMOIRE

## EN

# SCIENCES PHYSIQUES

## 7èmes

**Mathématiques**
**Sciences Expérimentales**
**& Technique**

Ouerfelli BouAcha Noureddine
&
Soltani Ali

Professeurs Principaux

I.S.B.N. : 9973 - 31 - 618 - 5

## PREFACE

L'épreuve des sciences physiques, d'une durée de trois heures consiste généralement en cinq exercices indépendants, à savoir deux en chimie (sur 7), et trois en physique (sur 13). Vu que les sciences physiques représentent une science expérimentale, on doit s'attendre dans les sujets, à des questions en relation avec les travaux pratiques. Pour l'ensemble du sujet, les questions doivent permettre d'évaluer, de façon équilibrée, les diverses capacités où l'élève est amené à posséder des connaissances spécifiques aux sciences physiques ; à utiliser des connaissances et des savoirs-faire non spécifiques à cette discipline et enfin à pratiquer une certaine démarche scientifique. Ce livre de poche traite en un seul volume un ensemble de parties à savoir :

- l'essentiel du cours et un ensemble de définitions nécessaires à la compréhension des notions fondamentales des sciences physiques et pour avoir plus de points dans l'épreuve du baccalauréat.
- Des techniques et des méthodes de calcul sont exposées afin de permettre à l'élève de mieux aborder les problèmes.
- Chaque fois que la situation le permet, on a donné un conseil ou une remarque et ceci pour minimiser le risque des erreurs ou la mal compréhension de certaines notions.
- Pour un rapide contrôle de connaissances, on a présenté à la fin de chaque partie des tests d'assimilation et un exercice d'application type corrigé et commenté, espérant montrer à l'élève une certaine rédaction demandée et peut-être une certaine façon spécifique au thème étudié.
- Et enfin, on a ajouté un addenda à la fin de chaque leçon, où l'élève mettra ses notes personnelles, des notions lui paraissant importantes, des formules ou relations mathématiques ou même de sciences physiques relatives aux classes précédentes et nécessaires pour rendre la leçon, spécifiquement pour lui, encore plus complète et fructueuse. Une répartition des différents thèmes donnés dans les sujets de Bac à travers les années antérieures, est donnée à la fin de ce livre, et ceci pour que l'élève puisse toujours aborder des exercices dans chaque étape de l'année et non pas pour tâtonner dans sa révision.

Nous remercions d'avance tous ceux qui voudront bien nous faire part de leurs critiques et suggestions.

*M. Ouerfelli & A. Sollani*

# SOMMAIRE GENERAL

## Première partie CHIMIE


Cinétique chimique A - Cinétique et vitesse de réaction 5
B - Facteurs cinétiques ..... 9
Cinétique de la réaction d'esterification ..... 18
A - Estérification et Hydrolyse d'un ester..... 18
B - Facteurs cinétiques ..... 18
C - Loi d'action de masse ..... 20
Généralisation de la loi d'action de masse..... 26
Equilibres Chimiques ..... 31
Les acides et les bases ..... 36
Les indicateurs colorés .....43
Dosage acide - base ..... 47
Solutions tampon ..... 54
Réactions d'oxydoréduction .....57
Les piles électrochimiques ..... 61


## Deuxième partie PHYSIQUE


Mécanique - Travail et Energie ..... 69
Les phénomènes périodiques .....74
Les phénomènes sinusoïdaux .....77
Les oscillateurs non amortis ..... 81
Les oscillateurs amortis ..... 88
Les oscillateurs mécaniques forcés ..... 92
Les oscillateurs électriques forcés ..... 99
Les ondes mécaniques progressives..... 108
Les interférences mécaniques ..... 116
Les interférences lumineuses ..... 122
Les ondes électromagnétiques .....126
Les effets photoélectriques et Compton ..... 129
Le noyau atomique ..... 138
Radioactivité et réactions nucléaires spontanées ..... 140
Les réactions nucléaires provoquées ..... 143
Les amplificateurs opérationnels ..... 145
Répartition des différents thèmes des Bacs Tunisiens ... 151

# CHIMIE

# CINETIQUE CHIMIQUE

## A - Cinétique et vitesses de réaction

### 1°) Introduction

• Une réaction est dite **spontanée**, si elle commence d'elle même lorsqu'on met les réactifs en contact.

• Une réaction spontanée et très rapide est dite **instantanée**.

• Dans une réaction possible spontanément, si les réactifs coexistent ensemble et ne réagissent qu'avec une intervention extérieure (flamme, étincelle, ...), on dit que le système est en **équilibre métastable** et la réaction est **amorcée**.

• Une réaction directe est **possible spontanément**, dans les mêmes conditions son inverse est **impossible spontanément**.

• Généralement, l'étude expérimentale de la cinétique d'une réaction chimique se fait par dosage de l'un des réactifs restant (ou présent ) ou de l'un des produits formés.

• Une réaction est dite **totale** lorsqu'au moins l'un des réactifs en défaut disparaît totalement.

• Le temps de **demi-réaction** $t_{1/2}$ est la durée nécessaire pour que la moitié du réactif limitant, initialement présent, soit consommée. (le réactif limitant est le réactif en défaut càd celui qui disparaîtra totalement le premier au cours de la réaction si elle est totale).

• Le **rendement** d'une réaction est le rapport de la quantité disparue d'un réactif en défaut sur sa quantité initiale.

• Le **rendement** d'une réaction est le rapport de la quantité d'un produit formé sur sa quantité si la réaction était totale.

• A $t_{1/2}$ le rendement est égal à 1/2.

• A $t_\infty$ si le rendement est égal à 1 alors la réaction est totale.

• A $t_\infty$ si le rendement est inférieur à 1 alors la réaction est limitée.

Soit la réaction chimique suivante : $a\,A + b\,B \rightarrow c\,C + d\,D$
remarquons que les réactions chimiques qui ne sont ni quasi instantanées, ni infiniment lentes, ont une vitesse mesurable.

### 2°) Vitesse moyenne

• La vitesse moyenne de formation d'une espèce chimique C entre deux instants $t_1$ et $t_2$ ( càd pendant une durée $\Delta t = t_2 - t_1$ ) est :

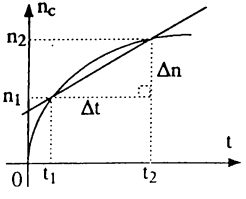
$$V_{(t1,t2)} = + [n_C(t_2) - n_C(t_1)] / (t_2 - t_1)$$

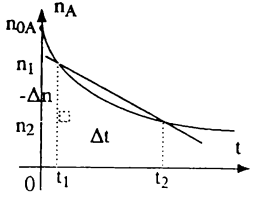
unité : mol.s$^{-1}$ si t est exprimé en seconde
$n_C$ : quantité de matière de l'espèce chimique C (en moles)

• La vitesse moyenne de disparition d'une espèce chimique A entre deux instants $t_1$ et $t_2$ est :

$$V_{(t1,t2)} = - [n_A(t_2) - n_A(t_1)] / (t_2 - t_1)$$

unité : mol.s$^{-1}$ si t est exprimé en seconde
$n_A$ : quantité de matière de l'espèce chimique A (en moles).




### 3°) Vitesse instantanée

• La vitesse instantanée de formation d'une espèce chimique C à une date t est : $V(t) = + (dn_C/dt)_t$

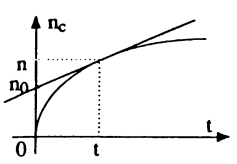
(unité : mol.s$^{-1}$ si t est exprimé en seconde).
Cette vitesse est égale au coefficient directeur, ou pente, de la droite tangente à la courbe $n_C(t)$ à la date t considérée.

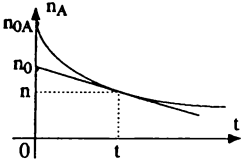
• La vitesse instantanée de disparition d'une espèce chimique A à une date t est : $V(t) = - [dn_A/dt]_t$

(unité : mol.s$^{-1}$ si t est exprimé en seconde)
Cette vitesse est égale à l'opposé du coefficient directeur, ou pente, de la droite tangente à la courbe $n_A(t)$ à la date t.

(unité : toutes ces vitesses s'expriment en mol.s$^{-1}$ , ou usuellement en mol.min$^{-1}$ ou mol.h$^{-1}$ et ceci suivant les données du problème).

• Méthode de la tangente : $(V_C)_t = + (dn_C/dt)_t = (n - n_0) / (t - 0)$ ;
$(V_A)_t = - (dn_A/dt)_t = - (n - n_0) / (t - 0)$




Attention $n_0$ n'appartient pas à la courbe

• Pour une réaction se déroulant en milieu homogène (en solution par exemple), à volume constant, A et C étant dissous, on peut utiliser la vitesse volumique :

* de formation : $(V_C)_t = (d[C]/dt)_t$

unité : $mol.L^{-1}.s^{-1}$ si t est exprimé en seconde

[C] : concentration molaire de l'espèce C (un des produits).

Cette vitesse est égale au coefficient directeur, ou pente, de la droite tangente à la courbe [C](t) à la date t.

* de disparition : $(V_A)_t = -(d[A]/dt)_t$

[A] : concentration molaire de l'espèce A (un des réactifs).

Cette vitesse est égale à l'opposé du coefficient directeur, ou pente, de la droite tangente à la courbe [A](t) à la date t.

Unités : Les vitesses volumiques s'expriment usuellement en $mol.L^{-1}.s^{-1}$ ou $mol.L^{-1}.min^{-1}$.

Considérons la réaction précédente : $aA + bB \rightarrow cC + dD$

La relation entre les vitesses de formation des produits et de disparition des réactifs est : $-(1/a).(dn_A/dt) = -(1/b).(dn_B/dt) = (1/c)(dn_C/dt) = (1/d)(dn_D/dt)$ avec $-(dn_A/dt) = V_A$ ; $V_C = +dn_C/dt$

$$\Rightarrow \quad V_A / a = V_B / b = V_C / c = V_D / d$$

**4°) Remarques** :

• Au cours d'une réaction la vitesse de formation d'un produit ou de disparition d'un réactif diminue au cours du temps à cause de la consommation progressive des réactifs (leurs concentrations diminuent - facteur cinétique).

• Quand la réaction est achevée (à $t_\infty$), les vitesses sont nulles.

• Les vitesses sont toujours **positives**.

## Tests d'Assimilation

**1°)** Dans l'étude d'une réaction de saponification on étudie l'évolution de la molarité des ions ($OH^-$) au cours du temps.

**a)** La molarité de ($OH^-$) est déterminée par :
A : dosage d'oxydo-réduction ; B : dosage acido-basique ;
C : mesure du pH

**b)** En traçant la courbe $[OH^-] = f(t)$, un triangle lié à la tangente à la courbe au temps $t_1$ a donné: $|\Delta c| = 0{,}012$ mol.L$^{-1}$ et $\Delta t = 24$ min. Alors la vitesse de disparition de $OH^-$ à l'instant $t_1$ est :

A : $6.10^{-3}$mol.L$^{-1}$min$^{-1}$ ; B : $8{,}33.10^{-6}$mol.L$^{-1}$s$^{-1}$ ;
C : $5.10^{-4}$mol.L$^{-1}$min$^{-1}$

**2°)** On mélange 50 mL d'une solution acide de permanganate de molarité $5.10^{-2}$ mol.L$^{-1}$ avec 50mL d'acide oxalique en excès. La solution se décolore en 2min 30s.

**a)** La vitesse moyenne de disparition de $MnO_4^-$ : entre 0 et 2,5 min vaut : A : $10^{-3}$mol.L$^{-1}$min$^{-1}$ ; B : $2.10^{-2}$mol.L$^{-1}$min$^{-1}$ ;
C : $10^{-2}$mol.L$^{-1}$min$^{-1}$

**b)** La vitesse moyenne de disparition de $H_2C_2O_4$ :

A : $2{,}5.10^{-2}$mol.L$^{-1}$min$^{-1}$ ; B : $2.10^{-3}$mol.L$^{-1}$min$^{-1}$ ;
C : $2.10^{-2}$mol.L$^{-1}$min$^{-1}$

**3°)** Dans un mélange réactionnel de volume V = 20 mL, à un instant initial, on a $[S_2O_8^{2-}]_0 = 2.10^{-3}$mol.L$^{-1}$; $[I^-]_0 = 2.10^{-3}$mol.L$^{-1}$. Sachant qu'à l'instant t = 20s, $[S_2O_8^{2-}] = 1{,}2.10^{-3}$mol.L$^{-1}$, on a aussi en mol.L$^{-1}$:

**a)** $[I_2]$ = A : $8.10^{-4}$ ; B : $1{,}6.10^{-3}$ ; C : $1{,}2.10^{-3}$

**b)** $[SO_4^{2-}]$ = A : $8.10^{-4}$ ; B : $1{,}6.10^{-3}$ ; C : $1{,}2.10^{-4}$

**c)** $[I^-]$ = : A : $2.10^{-4}$ ; B : $3.10^{-4}$ ; C : $4.10^{-4}$

**d)** Les réactifs qui sont en excès : A : $SO_4^{2-}$ ; B : $S_2O_8^{2-}$ ; C : $I^-$

**e)** Le rendement de la réaction : A : 80% ; B : 40% ; C : 60%

**f)** Le dosage de $I_2$ par un volume V' d'une solution de thiosulfate

0,01M nécessite : A : V' = 1,6 mL ; B : V' = 3,2 mL ; C : V' = 2 mL ;
**Réponses**: 1aB; 1b(B,C); 2aC; 2bA; 3aA; 3bB; 3cC; 3dB; 3eA;3fB.

## B - Facteurs cinétiques

Les facteurs cinétiques sont les paramètres dont dépend la vitesse d'une réaction chimique. Sans intervention extérieure, la vitesse de disparition ou de formation d'une espèce chimique diminue dans le temps.
En revanche, elle augmente avec :

1°) la **température** du milieu réactionnel : (si T ↑ V ↑)

Ex1 : freiner une réaction par refroidissement pour faire un dosage précis.
Ex2 : accélérer une réaction par élévation de température pour l'achever plus vite.

2°) la **concentration** des **réactifs** (si [concentration] ↑ V ↑ et inversement)
Ex1 : freiner un réaction par dilution pour faire un dosage précis.
Ex2 : Par accroissement de la concentration d'un réactif (peu coûteux) on augmente la vitesse de réaction ( pour améliorer le rendement).

3°) la présence d'un **catalyseur**.

Un catalyseur est une espèce chimique qui, même en faible proportion augmente la vitesse d'une réaction sans toutefois intervenir dans son bilan.

Le catalyseur est un facteur purement cinétique, en effet :
* il est sans action sur une réaction spontanément impossible
* dans le cas d'une réaction conduisant à un état d'équilibre, il intervient de la même façon sur la réaction directe et inverse. Ainsi, l'état d'équilibre, (atteint plus rapidement) reste inchangé.

## Tests d'Assimilation

**1) a)** On ajoute 10mL d'une solution de $MnO_4^-$ de molarité $C = 10^{-3}mol.L^{-1}$ à 190mL d'une solution de $H_2C_2O_4$, il y a décoloration au bout de 20s à 25°C, $\mathcal{V}_{moy}$ $[MnO_4^-]$ est :

A : $2,5.10^{-6}mol.L^{-1}s^{-1}$ ; B : $5.10^{-6}$ $mol.L^{-1}s^{-1}$ ;

C : $2,5.10^{-5}mol.L^{-1}s^{-1}$

**b)** Une élévation de température donne :

A : une augmentation de la vitesse ; B : une diminution ;

C : aucun effet.

**c)** Sachant qu'il y a apparition de $Mn^{2+}$ :

A : la vitesse augmente au départ ; B : $\mathcal{V}$ diminue à la fin ;

C : $Mn^{2+}$ n'a pas d'effet sur $\mathcal{V}$.

**d)** Cette réaction d'oxydo-réduction est :

A : totale ; B : partielle ; C : spontanée

**e)** Si au départ on avait mis 11 mL de permanganate au lieu de 10, la durée de décoloration serait :

A : la même ; B : plus petite ; C : plus grande

**2)** Un catalyseur :

**a)** A : intervient dans le bilan de la réaction ; B : augmente la vitesse d'une réaction ; C : déplace l'équilibre d'une réaction

**b)** A : est consommé par la réaction ; B : peut agir même s'il n'est pas dans la même phase ; C : n'augmente pas la vitesse de réaction s'il y a un réactif en défaut.

**c)** A : fait augmenter la vitesse de disparition d'un réactif ; B : fait augmenter la vitesse de formation d'un produit ; C : permet de rendre plus complète une réaction limitée (reversible).

**3)** D'une façon générale, la vitesse de réaction chimique :

**a)** A : est maximale au début de la réaction ; B : nulle à l'instant initial ; C : constante dans les instants intermédiaires.

**b)** A : s'annule lorsqu'un des réactifs est épuisé ; B : diminue au cours du temps ; C : s'annule lorsqu'on aboutit à un équilibre dynamique.

**Réponses** : 1a A ; 1b A ; 1c A,B ; 1d (A,C) ; 1e B ; 2a B ; 2b B ; 2c (A,B) ; 3a A ; 3b (A,B,C)

Techniques, conseils et exercice types

* • Reconnaître le réactif en défaut surtout et celui en excès.

• Ne pas confondre entre un mélange stoechiométrique et un mélange équimolaire.

• Remarquer que si la réaction est totale et le mélange est stoechiométrique, tous les réactifs disparaissent en même temps.

** • Utiliser l'avancement $\pm x$ ; $\pm 2x$ ; ..... pour répondre à beaucoup de questions.

• Evaluer l'expression des quantités apparues par rapport à une quantité disparue à un instant t (expression du rendement).

Dans les réactions lentes étudiées on peut rencontrer les couples rédox suivants :

| Couples rédox | nom du couple | demi-réaction associée |
|---|---|---|
| $S_2O_8^{2-}$/ $SO_4^{2-}$ | ion peroxodisulfate / ion sulfate | $S_2O_8^{2-} + 2e^- \rightleftharpoons 2\,SO_4^{2-}$ |
| $I_2$ / $I^-$ | diiode / ion iodure | $I_2 + 2e^- \rightleftharpoons 2\,I^-$ |
| $S_4O_6^{2-}$ /$S_2O_3^{2-}$ | ion tetrathionate / ion thiosulfate | $S_4O_6^{2-} + 2e^- \rightleftharpoons 2\,S_2O_3^{2-}$ |
| $CO_2$ /$H_2C_2O_4$ | dioxyde de carbone / acide oxalique | $2\,CO_2 + 2H^+ + 2e^- \rightleftharpoons H_2C_2O_4$ |
| $MnO_4^-$ /$Mn^{2+}$ | ion permanganate / ion manganèse | $MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \rightleftharpoons Mn^{2+} + 4\,H_2O$ |
| $Zn^{2+}$ /Zn | ion zinc (II) /zinc | $Zn^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Zn$ |
| $H^+$/$H_2$ | ion hydrogène / dihydrogène | $2H^+ + 2e^- \rightleftharpoons H_2$ |

Exemples de réactions (rencontrées):

$$S_2O_3^{2-} + 2\,H_3O^+ \rightarrow S + SO_2 + 3\,H_2O$$

Réaction de saponification :

$$RCOOR' + OH^- \rightarrow RCOO^- + R'OH$$

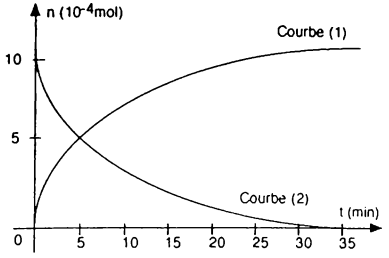
Réactions d'estérification, d'hydrolyse, ...

**Exercice I**

On étudie l'évolution, à température et à volume constants, d'une réaction chimique d'équation :

$$A + 2B \rightarrow C + 2D$$

On a enregistré et reporté sur la représentation graphique suivante le nombre de moles des entités chimiques A et C en fonction du temps.




**1°) a)** Compléter le tableau ci-dessous :

fonction : $n_A = f(t)$ $n_C = g(t)$

Courbe N° : ..... .....

**b)** Préciser ce que représentent les courbes : $n_A = f(t)$ et $n_B = g(t)$.

**c)** S'agit-il d'une réaction totale ou limitée? Justifier la réponse.

**2°)** Sachant que les réactifs A et B sont introduits dans les proportions stoechiométriques :

**a)** Déterminer la composition initiale (en moles) du mélange.

**b)** Déduire le temps $t_{1/2}$ au bout duquel la moitié des réactifs est consommée ($t_{1/2}$ : temps de demi-réaction).

**3°) a)** Déterminer la composition (en moles) du mélange à l'instant de date $t_{1/2}$.

**b)** Déduire à $t_{1/2}$ le pourcentage de A réagi.

**4°) a)** Calculer les vitesses instantanées maximale et minimale de disparition de A.

**b)** Comment évolue la vitesse de A au cours du temps? Justifier la réponse.

**5°)** Comment est-elle modifiée la vitesse de formation d'un produit dans les premiers instants de la réaction si :

**a)** on se place à une température d'expérience moins élevée?

**b)** les concentrations initiales des réactifs sont plus élevées?

**6°) a)** Qu'est-ce qu'un catalyseur?

**b)** La concentration du catalyseur joue-t-elle un rôle?

## Correction :

**1°) a)** courbe N°: 2 1

fonction $nA = f(t)$ $n_C = g(t)$

**b)** $n_A = f(t)$ : variation du nombre de moles de A restant en fonction du temps.

$n_C = g(t)$ : variation du nombre de moles de C formé en fonction du temps.

**c)** La réaction est totale car à $t \geq 35$ min le réactif A disparait totalement.

**2°) a)** Composition initiale :

| | A + 2 B → | C + 2 D |
|---|---|---|
| à t = 0 | $n_0$ $2n_0$ | 0 0 |
| à t ∞ | $n_0$-x $2n_0$-2x | x 2x |
| | 0 | $10^{-3}$ mol |

$\begin{cases} n_0 - x = 0 \\ x = 10^{-3} \text{ mol} \end{cases}$ d'où $n_0 = 10^{-3}$ mol

**b)**

| | A + 2 B → | C + 2 D |
|---|---|---|
| à t = 0 | $10^{-3}$ mol $2.10^{-3}$ mol | 0 0 |
| à $t_{1/2}$ | $10^{-3}$ - x $2.10^{-3}$ - 2x | x 2x |
| | $0,5.10^{-3}$ mol $0,5.10^{-3}$ mol | |

$10^{-3} - x = 0,5.10^{-3}$ mol d'où $x = 0,5.10^{-3}$ mol

$t_{1/2} = 5$ min

**3°) a)** Composition du mélange à $t_{1/2}$ :

$$\begin{cases} n_A = 10^{-3} - x = 0{,}5.10^{-3} \text{ mol} \\ n_B = 2.10^{-3} - 2x = 10^{-3} \text{ mol} \\ n_C = x = 0{,}5.10^{-3} \text{ mol} \\ n_D = 2x = 10^{-3} \text{ mol} \end{cases}$$

**b)** Pourcentage de A réagi :

% A : $x/n_0 = 0{,}5.10^{-3}/10^{-3} = 0{,}5 = 50\%$

**4°) a)** $V_t(A) = - dn_A/dt$

$V_{minimale}(A) = 0$ pour $t \geq 30$ min

$$V_{max}(A) = \frac{5.10^{-4} - 0}{2{,}8 - 0} = 1{,}785.10^{-4} \text{ mol.min}^{-1} \text{ à } t = 0 \text{ min}$$

**b)** La vitesse de disparition de A diminue au cours du temps à cause de la diminution des concentrations des réactifs.

**5°) a)** Si la température diminue, la vitesse de formation de C diminue, d'où la réaction s'arrête en un temps $t > 25$ min ; la limite de la réaction n'est pas modifiée.

**b)** La vitesse de formation de C augmente, la réaction s'arrête en un temps $t < 25$ min ; la limite de la réaction est modifiée.

**6°) a)** Un catalyseur est une entité chimique capable même en faible quantité d'accélérer une réaction sans être consommée par elle.

**b)** La concentration du catalyseur ne joue aucun rôle.

**Exercice II :**

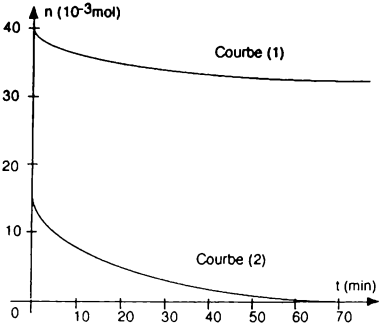
On réalise l'oxydation des ions iodures $I^-$ par l'eau oxygénée $H_2O_2$ en milieu acide où les ions $H^+$ sont en excès, selon la réaction d'équation :

$$H_2O_2 + 2\,I^- + 2\,H^+ \rightarrow 2H_2O + I_2$$

A l'aide du dosage de la quantité de diiode formé à différents instants t par une solution de thiosulfate de potassium ($K_2S_2O_3$) de concentration molaire $C = 2$ mol.L$^{-1}$ , il a été possible de tracer :

- la courbe 1 : représentant la variation du nombre de moles de $H_2O_2$ restant en fonction du temps ($n_{H2O2} = f(t)$)

- la courbe 2 : représentant la variation du nombre de moles de $I^-$ restant en fonction du temps ($n_{I^-} = f(t)$)




**1°)** Dire, en le justifiant, si la réaction d'oxydation des ions iodures par l'eau oxygénée est totale ou limitée.

**2°)** Préciser, en le justifiant, la nature du réactif en excès, en déduire le nombre de moles de $I_2$ formé lorsque la réaction s'arrête.

**3°)** Déterminer le temps $t_{1/2}$ au bout duquel la moitié du réactif en défaut, a été consommée.

**4°) a)** Déduire des deux courbes (1) et (2) la vitesse instantanée de disparition de $I^-$ et la vitesse instantanée de disparition de $H_2O_2$ au même instant $t_{1/2}$.

b) Vérifier que $\dfrac{V_{t1/2}(I^-)}{V_{t1/2}(H_2O_2)} \approx 2$

**5°) a)** Ecrire l'équation de la réaction du dosage de $I_2$ par les ions $S_2O_3^{2-}$.

**b)** Calculer le volume V de la solution de thiosulfate de sdium nécessaire pour doser la quantité de diiode formé à $t_{1/2}$.

## Corrigé :

**1°)** Dans la courbe (2), $I^-$ disparait à t∞, ce qui montre que $I^-$ est le réactif en défaut et que la réaction est totale.

**2°)** La quantité de $H_2O_2$ à t∞ différente de zéro, ce qui montre que $H_2O_2$ est le réactif en excès

$$H_2O_2 + 2I^- + 2H^+ \rightarrow 2\,H_2O + I_2$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| à t = 0 | $n_1$ | $n_2$ | | 0 |
| à $t_{éq}$ | $n_1$-x | $n_2$ -2x =0 | | x |

$\Rightarrow$ $x = n_2/2 = n(I_2)\infty = 8.10^{-3}$ mol

**3°)** à $t_{1/2}$ $n(I^-) = n_2/2 = 8.10^{-3}$ mol $t_{1/2} = 10$ min

**4°) a)** La pente de la droite tangente (ou coefficient de direction) à $t_{1/2}$ donne : $V(I^-) \approx 5{,}2.10^{-4}$ mol.min$^{-1}$ ; $V(H_2O_2) \approx 2{,}68$ mol.min$^{-1}$

**b)** $V(I^-) / V(H_2O_2) \approx 1{,}94 \approx 2$ d'où la vérification de la relation

$V(H_2O_2)/1 = V(I^-)/2 = V(H^+)/2 = V(I_2)/1$

**5°) a)**

$$I_2 + 2S_2O_3^{2-} \rightleftharpoons 2I^- + S_4O_6^{2-}$$

**b)** $c \times V/2 = [I_2].V_0/1 = n(I_2) \Rightarrow V = 2n(I_2)/c = 2x/c = 16.10^{-3}/2$
$= 8.10^{-3}$ L = 8 mL.

# Addenda

# CINETIQUE DE LA REACTION D'ESTERIFICATION

## A - Estérification et hydrolyse d'un ester

Les esters proviennent de l'action d'un acide carboxylique sur un alcool suivant l'équation :

$$RCOOH + R'OH \underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftharpoons}} RCOOR' + H_2O$$

Acide + Alcool $\rightleftharpoons$ Ester + Eau

Dans le sens (1) la réaction est une **estérification** ; dans le sens (2) il s'agit de **l'hydrolyse** d'un ester.

Ces réactions sont **lentes, athermiques** et **limitées**. Inverses l'une de l'autre, elles conduisent à un équilibre chimique.

• La composition du mélange à l'équilibre dépend de la composition du mélange initial et de la classe d'alcool.

• L'équilibre est atteint plus rapidement si la température augmente ou en présence d'un catalyseur (facteur cinétique).

• On définit le rendement d'estérification R ou ρ par :

$$R = \frac{\text{quantité du produit formé}}{\text{quantité du produit formé si la réaction est totale}} \times 100$$

• Pour augmenter le rendement selon la réaction d'estérification et obtenir d'avantage d'ester on peut :

- utiliser l'acide ou l'alcool en excès (facteurs cinétique et d'équilibre).
- éliminer l'eau ou l'ester au fur et à mesure de leur formation (facteur d'équilibre).

## B - Facteurs cinétiques

1- Influence de la température (θ)

• Une élévation de température augmente la vitesse de la réaction (facteur cinétique) et l'équilibre dynamique est donc atteint plus rapidement tandis que la composition à l'équilibre n'est pas modifiée puisque l'estérification et l'hydrolyse sont athermiques (la température dans ce cas n'est pas un facteur d'équilibre).

• A l'échelle moléculaire (microscopique) l'estérification et l'hydrolyse se produisent en même temps à des vitesses différentes pour que l'une des deux réactions soit favorisée macroscopiquement. Ainsi, un accroissement de la température produit une élévation simultanée de ces deux vitesses, induisant ainsi une augmentation de la vitesse macroscopique (mesurable) de l'estérification par exemple.

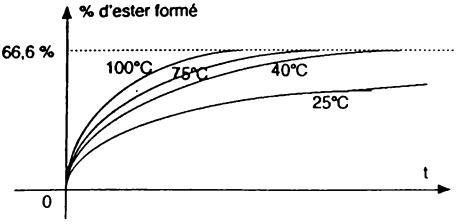



**Fig. 1** : Estérificationd'un alcool primaire dans un mélange équimolaire à différentes températures.

2- Influence des catalyseurs

Généralement, la catalyse se fait par l'ajout de quelques gouttes d'acide sulfurique $H_2SO_4$ concentré.

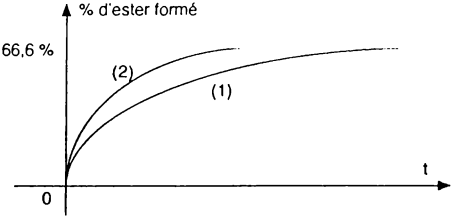



**Fig. 2** : Effet du catalyseur sur la vitesse de réaction (1) sans catalyseur ; (2) avec catalyseur.

Rappelons qu'un catalyseur ne modifie pas la composition du mélange à l'équilibre dynamique, il permet uniquement d'atteindre cet état d'équilibre plus rapidement. Cela tient à ce qu'il agisse également sur les vitesses d'estérification et d'hydrolyse.

3- Influence de la composition du mélange initial.

La vitesse d'une réaction chimique s'élève toujours lors de l'augmentation des molarités des corps réagissant (réactifs).

Rappelons que la concentration des réactifs est à la fois un facteur cinétique et un facteur d'équilibre. Ce qui implique que ces molarités influent sur le rendement de la réaction càd sur la composition du mélange à l'équilibre dynamique.

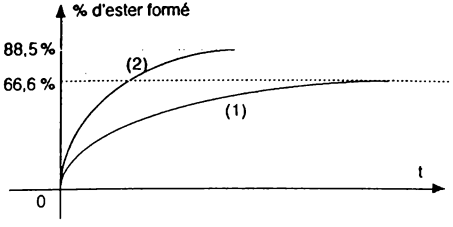



**Fig.3** : Effet de la concentration initiale d'un réactif.(1) Mélange équimolaire (1mol-1mol) ; (2) Mélange non équimolaire (1mol-2mol)

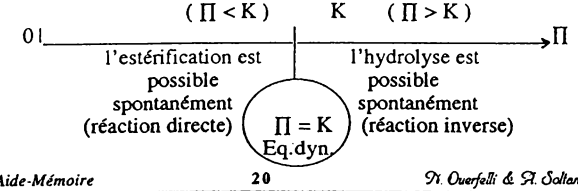
## C - Loi d'action de masse

| | Alcool + Acide | $\rightleftharpoons$ | Ester + Eau |
|---|---|---|---|
| t = 0 | $n_{01}$ $n_{02}$ | | 0 0 |
| t ≠ 0 | $n_{01}$-x $n_{02}$-x | | x x |

A l'instant t, on définit la fonction des concentrations $\Pi$ comme étant :

$\Pi$ = [Ester] [Eau] / [Alcool] [Acide] = x.x / $(n_{01}-x)(n_{02}-x)$

$\Pi$ peut prendre les valeurs de 0 à l'infini. A l'équilibre dynamique on a $\Pi_{éq.dyn} = K$ où K représente la constante d'équilibre de la réaction d'estérification. D'après les conditions d'évolution spontanée trois cas peuvent se présenter :



Remarquons que la valeur de la constante d'équilibre K dépend de la classe de l'alcool estérifié, en effet on a $K \approx 4$ pour un alcool primaire, $K \approx 2,25$ pour un alcool secondaire et $K \approx 0,05$ pour un alcool tertiaire. La valeur de cette constante d'équilibre ne dépend pas de la température puisque la réaction d'estérification ou d'hydrolyse n'est ni endothermique ni exothermique.

## Tests d'Assimilation

**1)** 2 moles d'éthanol mélangées à 2 moles d'acide éthanoïque à un instant initial.

**a)** Le mélange est :

A : stoechiométrique ; B : équimolaire ; C : non équimolaire.

**b)** La réaction est :

A : une hydrolyse ; B : estérification ; C : saponification.

**c)** La réaction est :

A : endothermique ; B : athermique ; C : exothermique.

**d)** La réaction est :

A : limitée ; B : totale ; C : lente.

**e)** On peut accroître la vitesse de formation de l'ester :

A : en ajoutant une goutte de $H_2SO_4$ cc ; B : en augmentant la température ; C : en augmentant le nombre de mole d'éthanol ; D : en ajoutant de l'eau ; E : en absorbant de l'eau (par déshydratation).

**2)** Les réactions d'estérification et d'hydrolyse :

A : sont des réactions inverses l'une de l'autre.

B : se produisent

C : se font sans échange d'énergie avec le milieu extérieur.

**3)** La compsition du mélange à l'équilibre dynamique :

A : dépend de la composition initiale du mélange.

B : dépend de la température du milieu réactionnel.

C : dépend de la classe de l'alcool estérifié.

D : dépend du catalyseur.

**4)** On fait agir de l'éthanol et de l'acide méthanoïque, on obtient de l'eau et :

A : de l'éthanoate de méthyle

B : du méthanoate d'éthyle

C : du formiate d'éthyle

**5)** Le rendement d'une réaction d'estérification à l'équilibre

dynamique varie si :

A : on augmente la température.

B : on met un catalyseur approprié.

C : on introduit une quantité de l'un des constituants dans le mélange (ester, eau, acide ou alcool)

D : on élimine au fur et à mesure une quantité de l'un des deux produits formés (eau ou ester).

**6)** Au cours d'une réaction d'hydrolyse les vitesses :

A : $V_{eau}$ et $V_{ester}$ sont des vitesses de formation.

B : $V_{acide}$ et $V_{alcool}$ sont des vitesses de formation.

C : $V_{eau} = V_{ester}$ .

**Réponses** : 1a (A,B) ; 1b B ; 1c B ; 1d (A,C) 1e (A,B,C,E) ; 2(A,B,C) ; 3(A,C) ; 4(B,C) ; 5(C,D) ; 6(B,C)

Techniques, conseils et exercice type

On réalise l'estérification de 1,5 mol d'un alcool par 1,5 mol d'un acide carboxylique. On opère à la température de 60°C.
A l'instant t = 0, on effectue ce mélange (1) équimolaire. Le dosage de l'acide restant à divers instants permet de calculer les résultats suivants :

| t ( en min) | 0 | 5 | 10 | 30 | 40 | 50 | 60 | 80 | 100 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x ester (en mol) | 0 | 0,40 | 0,60 | 0,86 | 0,92 | 0,96 | 0,98 | 0,99 | 1,00 | 1,00 |
| n acide (en mol) | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| $\Pi$ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

**1°)** Ecrire le diagramme d'avancement :

**2°)** Compléter le tableau par les nombres de moles n de l'acide restant et la fonction de concentration $\Pi$

**3°)** Tracer la courbe d'estérification notée ($\mathcal{C}_1$). càd, $n_{ester} = f(t)$

**4°)** En déduire la constante d'équilibre K.

**5°)** Calculer les vitesses de formation aux instants t = 10 min et t = 25 min puis commenter

**6°)** Tracer qualitativement sur le même graphe les cas suivants:

mélange (2) : 1,5 mol d'acide et 1,5 mol d'alcool à 100°C courbe notée ($\mathcal{C}_2$)

mélange (3) : 1,5 mol d'acide et 1,5 mol d'alcool à 100°C en présence d'un catalyseur ($\mathcal{C}_3$)

mélange (4) : 0,75 mol d'acide et 0,75 mol d'alcool à 100°C ($\mathcal{C}_4$)

mélange (5) : 0,75 mol d'acide et 0,75 mol d'alcool à 60°C ($\mathcal{C}_5$)

## Correction

| t ( en min) | 0 | 5 | 10 | 30 | 40 | 50 | 60 | 80 | 100 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x ester (en mol) | 0 | 0,40 | 0,60 | 0,86 | 0,92 | 0,96 | 0,98 | 0,99 | 1,00 | 1,00 |
| n acide(en mol) | 1,50 | 1,10 | 0,90 | 0,64 | 0,58 | 0,54 | 0,52 | 0,51 | 0,50 | 0,50 |
| $\Pi$ | 0 | 0,132 | 0,444 | 1,81 | 2,52 | 3,16 | 3,55 | 3,77 | 4,00 | 4,00 |

**1°)** Diagramme d'avancement :

| | Alcool | + Acide | $\rightleftharpoons$ | Ester | + Eau |
|---|---|---|---|---|---|
| t = 0 | 1,5 | 1,5 | | 0 | 0 |
| t ≠ 0 | 1,5 - x | 1,5 - x | | x | x |
| téq | 0,5 | 0,5 | | 1 | 1 |

**2°)**

$$\Pi = \frac{[\text{Ester}].[\text{Eau}]}{[\text{Acide}].[\text{Alcool}]} = \frac{\frac{n\ \text{ester}}{V} \times \frac{n\ \text{eau}}{V}}{\frac{n\ \text{acide}}{V} \times \frac{n\ \text{alcool}}{V}} = \frac{x^2}{(1,5 - x)^2}$$

n(acide) = 1,5 - n ester $\Leftrightarrow$ n = 1 - x

**3°)** Voir courbe.

**4°)**

$$K = \Pi \text{ eq dyn} = \frac{x_{\infty}^2}{(1,5 - x_{\infty})^2} = \frac{(4,00)^2}{(0,5)^2} = 4$$

**5°)** $V = + d\, n_{ester} / dt$ c'est une vitesse instantanée de formation, sa valeur est égale à la pente de la droite tangente (on doit choisir deux points de cette droite)

$$V(10) = \frac{0,6 - 0,35}{10 - 0} = 0,025 \text{ mol.min}^{-1}$$

$$V(35) = \frac{0,8 - 0,56}{25 - 0} = 0,0096 \text{ mol.min}^{-1}$$

La vitesse diminue au curs du temps pour s'annuler à la fin de la réaction (à l'équilibre dynamique).

**6°) a)** Mélange (1) : On a introduit un facteur cinétique, la température, la vitesse initiale est plus grande. Cependant, la limite est la même puisque la réaction est athermique et la température (facteur d'équilibre) est sans influence sur cet équilibre.

**b)** Mélange (3) : Deux facteurs cinétiques $\Rightarrow V_3 > V_2 > V_1$

**c)** Mélange (4) :

$$K = \frac{x'^2}{(0,75 - x')^2} = 4 \Leftrightarrow x' = 0,5 \text{ mol}$$

$x'_\infty = 0,5$ mol un nouvel état d'équilibre.

**d)** Mélange (5) $\theta_5 < \theta_4 \Rightarrow V_5 < V_4$ (on parle toujours de vitesse initiale) mais on a la même limite.

## Addenda

D'après ma personnelle point de vue, je crois que cette leçon peut être qu'elle est facile, il suffit seulement de savoir comment calculer T1/2 et Tép et la comparer avec K et donc cette leçon simple, elle ne contient pas des astuces

# GENERALISATION DE LA LOI D'ACTION DE MASSE

## 1°) Fonction des concentrations Π

D'une façon générale pour une réaction chimique en milieu homogène :

a A + b B $\rightleftharpoons$ c C + d D (où a,b,c, et d désignent les coefficients stoechiométriques de l'équation de la réaction) on définit la fonction des concentratins molaires : $\Pi = [C]^c.[D]^d / [A]^a.[B]^b$ (avec [...] désigne la molarité de chaque constituant dans la phase où il se trouve, et non pas dans l'ensemble du système)

L'expérience montre que la fonction des concentrations Π tend à prendre une valeur K bien déterminée pour une température donnée quelque soient les proportions initiales du mélange réactionnel.

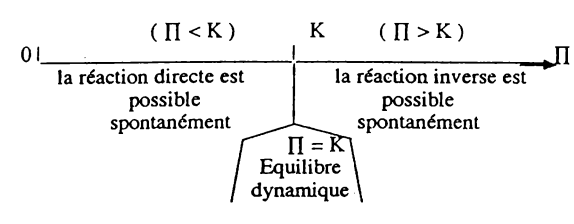
K est appelée **constante d'équilibre** ; elle est indépendante des molarités initiales et finales, elle ne dépend que de la température.

Aucours d'une réaction chimique les réactifs disparaissent progressivement tandis que les produits apparaissent au fur et à mesure, les vitesses diminuent pour s'annuler à la fin de la réaction, Π prend la valeur de K et l'équilibre dynamique est ainsi atteint.

## 2°) Loi d'action de masse

Un système évolue spontanément pour atteindre l'équilibre dynamique : $\Pi \rightarrow \Pi_{éq.dyn} = K$ et la constante d'équilibre K ne dépend que de la température.

## 3°) Condition d'évolution spontanée



## 4°) Constante d'équilibre chimique

• Un système est en état d'équilibre s'il peut rester indéfiniment identique à lui même (pression, température et composition constantes, etc...) sans intervention extérieure. Ainsi, un équilibre est un état du système où celui ci n'évolue pas en dehors de toute action extérieure.

• Rappelons que **K** ainsi que $\prod$ sont exprimées **sans unité**.

• Si la valeur de K est très **élevée** (K>>1) la réaction est pratiquement **totale.**

• Si la valeur de K est très **faible** (K<<1) la réaction est très limitée càd elle ne se fait presque pas.

• Si la valeur de **K** est une fonction **croissante** de la température, alors la réaction envisagée est **endothermique.**

• Si la valeur de **K** est une fonction **décroissante** de la température, alors la réaction envisagée est **exothermique.**

## 5°) Formes usuelles de $\prod$

• L'expression de $\prod$ dépend des coefficients stoechiométriques proposés dans le problème,

Ex1 : $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ et $\prod = [NH_3]^2 / [N_2].[H_2]^3$

Ex2 : $1/2\ N_2 + 3/2\ H_2 \rightleftharpoons NH_3$ et $\prod = [NH_3] / [N_2]^{1/2}.[H_2]^{3/2}$

• De même si on considère la réaction inverse :

$2NH_3(g) \rightleftharpoons N_2(g) + 3H_2(g)$ alors $\prod = [N_2].[H_2]^3 / [NH_3]^2$

càd : $\prod$(invrese) = 1 / $\prod$(directe) et de même pour la valeur de K.

**a)** Si le mélange réactionnel contient au moins un réactif ou un produit à l'état gazeux, dans l'expression de $\prod$ ne figure que les molarités des espèces gazeuzes :

Ex : $CO_2(g) + C(sd) \rightleftharpoons 2CO(g)$ et $\prod = [CO]^2 / [CO_2]$

**b)** Si on travaille en solutions aqueuses, la molarité de l'eau ne figure pas dans l'expression de $\prod$ :

Ex : $H_2SO_4 + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+ + HSO_4^-$

et $\prod = [HSO_4^-].[H_3O^+] / [H_2SO_4]$

Rappelons que si $\prod$ a pour expression : $\prod = [C]^c.[D]^d / [A]^a.[B]^b$ dans une situation donnée alors la valeur de la constante d'équilibre est $K = \prod_{éq.dyn} = [C]_{éq}^c.[D]_{éq}^d / [A]_{éq}^a.[B]_{éq}^b$ .

## Tests d'Assimilation

**1) a)** La constante d'équilibre K de la dissociation de l'ammoniac • $2\,NH_3 \rightleftharpoons N_2 + 3\,H_2$ s'écrit :

$$A : K = \frac{[N_2][H_2]}{[NH_3]} \quad ; \quad B : K = \frac{[NH_3]^2}{[N_2][H_2]^3} \quad ; \quad C : K = \frac{[N_2][H_2]^3}{[NH_3]^2}$$

**b)** Si on écrit l'équation précédente comme suit :

$$NH_3 \rightleftharpoons 1/2\,N_2 + 3/2\,H_2$$

on aura une constante d'équilibre K'

$A : K' = 1/2\,K$ ; $B : K' = \sqrt{K}$ ; $C : pK' = 1/2\,pK$ ; $D : K' = K^{4/2}$

$$E : K' = \frac{[H_2]}{[NH_3]}\sqrt{[N_2][H_2]}$$

**2) a)** La fonction des concentrations $\prod$ à un instant donnée :

A : dépend de la température si on néglige la dilatation thermique.

B : dépend de la pression s'il y a une phase gazeuse.

C : dépend du volume s'il y a une phase gazeuse.

**b)** La constante d'équilibre d'une réaction chimique :

A : ne dépend que de la température.

B : dépend de la molarité.

C : peut ne pas dépendre de la température.

**3) a)** Soit la réaction chimique limitée suivante :

$$A + 2B \rightleftharpoons C + 3D$$

où A, B, C et D sont tous en phase gazeuse. On démarre à un instant initial avec un mélange contenant A et B tels que $[A]_0 = c_1$ et $[B]_0 = c_2$ et $c_2 = 3/2\,c_1$

A : le mélange est stoechiométrique.

B : A est le réactif en défaut.

C : B est le réactif en défaut.

**b)** Pour des instants ultérieurs ($t > 0$) le système évolue :

A : dans le sens direct.

B : dans le sens inverse.

C : est en équilibre dynamique.

**c)** En posant $[c] = x$ à un instant quelconque ($t > 0$), le rendement

Rn de la réaction s'écrit :

A : $2x / c_2$

B : $x / c_1$

C : $4x / 3c_1$

**d)** On remarque qu'au temps de demi-réaction ($t_{1/2}$) le système n'atteind pas encore l'équilibre dynamique. A cet instant ($t = t_{1/2}$) on a :

A : $x = c_2/2$

B : $x = c_2/4$

C : $x = 3c_1/8$

**e)** Sachant que $c_1 = 2{,}2.10^{-2}$ mol.L$^{-1}$, on peut conclure qu'à l'équilibre dynamique on a :

A : le rendement Rn > 50%

B : K > 0,1

C : le rendement Rn ≠ 100%.

Réponses : 1a (C) ; 1b (B,C,D,E) ; 2a (A,B,C) ; 2b (A,C) 3a C ; 3 b A ; 3 c (A,C) ; 3 d (B,C) ; 3e (A,B,C)

Techniques, conseils et exercice type

# Addenda

# EQUILIBRES CHIMIQUES

## 1°) Facteurs d'équilibre

• Il est possible de modifier l'équilibre et de provoquer ainsi l'évolution d'un système chimique initialement en état d'équilibre dynamique en agissant sur certaines grandeurs appelées facteurs d'équilibre et qui sont la concentration, la température ou la pression. On dit qu'il se produit un déplacement d'équilibre.

• La molarité d'un réactif est alors à la fois un facteur cinétique et un facteur d'équilibre.

• La température devient aussi à la fois un facteur cinétique et un facteur d'équilibre.

## 2°) Influence des concentrations

**Loi de modération :**

**Si à température constante, on augmente la molarité de l'un des constituants d'un système ouvert en équilibre dynamique, l'équilibre se déplace dans le sens qui diminue la molarité de ce constituant. Inversement si on diminue à température constante, la molarité de l'un des constituants, l'équilibre se déplace dans le sens qui augmente la molarité de ce constituant.**

Notons que dans les deux cas, la réponse du système tend à modérer (càd à atténuer) la variation de cette concentration.

## 3°) Influence de la température

Loi de modération :

**Dans un système fermé, en équilibre dynamique, si on élève la température à pression constante, l'équilibre se déplace dans le sens de la réaction endothermique. Inversement, si on abaisse la température à pression constante, l'équilibre se déplace dans le sens de la réaction exothermique. (C'est la loi de Vant'Hoff).**

En conséquence :

- Si θ↑ et K↑ la réaction directe est endothermique

- Si θ ↑ et K↓ la réaction directe est exothermique.

- Si K ne dépend pas de θ dans certains cas particuliers comme l'estérification, alors la réaction est athermique et la température est sans effet sur l'équilibre.

**4°) Influence de la pression**

**Loi de modération :**

**Si à température constante, on augmente la pression dans un système fermé en équilibre dynamique, l'équilibre se déplace dans le sens qui diminue le nombre de molécules gazeuses. Inversement, si on diminue la pression en maintenant la température constante, l'équilibre se déplace dans le sens qui augmente le nombre de molécules gazeuses.**
**(C'est la loi de Le Chatelier).**

Remarquons qu'une variation modérée de pression est sans effet sur un équilibre dynamique correspondant à une équation chimique où le nombre de moles de gaz écrit est le même pour les deux membres, comme dans le cas de la réaction :

$$2\,NO\,(g) \rightleftharpoons N_2 + O_2\,(g)$$

D'une façon générale, dans une réaction de type :

$$a\,A\,(g) + b\,B\,(g) \rightleftharpoons c\,C\,(g) + d\,D\,(g)$$

et $\Delta n = (c+d) - (a+b)$.

- Si $\Delta n > 0$ et P ↑ l'équilibre se déplace vers le sens inverse.
- Si $\Delta n > 0$ et P ↓ l'équilibre se déplace vers le sens direct.
- Si $\Delta n < 0$ et P ↑ l'équilibre se déplace vers le sens direct.
- Si $\Delta n < 0$ et P ↓ l'équilibre se déplace vers le sens inverse.
- Si $\Delta n = 0$ alors P est sans effet sur un équilibre dynamique.

**5°) Application de la loi de modération.**

• On ne peut appliquer la loi de modération que si un seul facteur d'équilibre est modifié modérément, les autres sont gardés constants. La loi de modération s'énonce ainsi :

" si dans un système initialement en équilibre dynamique, une perturbation tend à faire varier :

*** soit une concentration, à température constante**
*** soit la température, à pression constante, le système étant fermé**
*** soit la pression, à température constante, le système étant fermé.**
**L'équilibre se déplace par la réaction qui modère (càd atténue) la variation du facteur d'équilibre concerné."**

• Sinon, on est obligé d'appliquer la loi d'action de masse pour reconnaitre le sens de déplacement d'équilibre.

• La loi de modération résume ainsi les réponses des systèmes initialement à l'équilibre suite à certaines perturbations faibles qui ne sont autres que des actions modérées exercées par le milieu extérieur qui tendent à modifier le système en diminuant ou en augmentant la valeur de l'un des facteurs d'équilibre (la température ou la pression ou une molarité).

## Tests d'Assimilation

1) L'équation de dissociation du chlorure d'hydrogène s'écrit :
$HCl \rightleftharpoons 1/2\ H_2 + 1/2\ Cl_2$ . Sachant que cette dissociation est endothermique,
A : un augmentation de température favorise la réaction de dissociation de HCl.
B : une diminution de pression favorise la réaction de synthèse de HCl.
C : une augmentation de pression favorise la réaction de dissociation.
D : la constante d'équilibre K relative à la réaction de dissociation de HCl augmente lorsqu'on élève la température.
E : l'addition modérée de $Cl_2$ favorise la synthèse de HCl.
F : le coefficient de dissociation $\alpha$ de HCl diminue lorsqu'on abaisse la température.

2°) Le peroxyde d'azote se dissocie selon l'équation suivante :
$N_2O_4 \rightleftharpoons 2NO_2$ Lorsqu'on abaisse la température, on constate que $N_2O_4$ se dissocie encore plus.

**a)** Si on retire n mol de $NO_2$ : A : $\prod$ varie ; B : K varie ; C : l'équilibre se déplace dans le sens de la dissociation de $N_2O_4$.

**b)** On augmente la pression : A : $\prod$ varie ; B : K varie ; C : l'équilibre se déplace dans le sens de la formation de $N_2O_4$.

**Réponses** : 1 (A,D,E,F) ; 2a (A,C) ; 2b (A,C)

# Addenda

# LES ACIDES ET LES BASES

## 1°) Définitions (selon Brönsted)

**a/** Un acide est une entité chimique chargée ou non, capable de céder (ou libérer) un proton $H^+$ au cours d'une réaction chimique :

$AH \rightleftharpoons A^- + H^+$ ex : $HF \rightleftharpoons F^- + H^+$

**b/** Une base est une entité chimique chargée ou non, capable de fixer (ou capter) un proton $H^+$ au cours de la réaction chimique :

$B + H^+ \rightleftharpoons BH^+$ ex : $NH_3 + H^+ \rightleftharpoons NH_4^+$

**c/** On appelle amphotère ou ampholyte, toue entité chimique capable de jouer le rôle d'acide dans un couple et le rôle d'une base dans un autre couple, ex : $HSO_4^-$

$HSO_4^- + H^+ \rightleftharpoons H_2SO_4$ et : $HSO_4^- \rightleftharpoons H^+ + SO_4^{2-}$

**d/** Une réaction acide-base est une réaction dans laquelle se produit un transfert de protons : $AH + B \rightleftharpoons A^- + BH^+$

ex : $HCl + R\text{-}NH_2 \rightleftharpoons Cl^- + R\text{-}NH_3^+$

## 2°) pH des solutions aqueuses

On définit le pH comme suit : $pH = -\log[H_3O^+] \Leftrightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH}$

Attention : avant d'écrire l'équation de dissolution d'un acide ou d'une base il faut vérifier que l'acide (ou la base) considéré(e) est fort(e) ou faible. On utilisera alors une seule flèche pour le fort et une double flèche pour le faible.

- Si $[H_3O^+] = c_a$ (où $c_a$ : molarité de l'acide) il y a dissociation totale et l'acide considéré est fort, et ceci pour les $pH < 6$.
- Si $[H_3O^+] < c_a$ il y a dissociation partielle et l'acide considéré est faible.
- Si $[OH^-] = c_b$ (où $c_b$ : molarité de la base) il y a dissociation totale et la base considérée est forte, et ceci pour les $pH > 8$.
- Si $[OH^-] < c_b$ il y a dissociation partielle et la base considérée est faible.

## 3°) Coefficient de dissociation

On définit le coefficient de **dissociation** ou d'**ionisation** $\alpha$ par :

$\alpha$ = quantité d'électrolyte dissocié / sa quantité initiale.

Pour un acide $\alpha = [A^-]/c_a \approx [H_3O^+]/c_a = 10^{-pH}/c_a$

Pour une base $\alpha = [BH^+]/c_b \approx [OH^-]/c_b = 10^{pH-pKe}/c_b$.

**Généralement si $\alpha$ augmente, la dissociation augmente aussi et plus $\alpha$ est faible, plus l'acide (ou la base) est faible.**

**Si $\alpha = 1$ ou très proche de 1, l'acide ou la base est forte.**

**Si $\alpha \approx 1$ on ne peut pas conclure rapidement que l'acide est fort attention aux solutions très diluées où $\alpha$ augmente et s'approche de 1**

**• La dissociation d'un acide ou d'une base est supposée très limitée si $\alpha < 0,05$ (càd $\alpha << 1$).**

**4°) Constante d'acidité Ka**

$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$ on définit le couple (acide/base) :

$(AH/A^-) \Rightarrow K_a = [H_3O^+].[A^-]/[AH] \Rightarrow pH = pKa + \log[A^-]/[AH]$

avec $pKa = -\log Ka$ (càd $Ka = 10^{-pKa}$) et d'une façon générale on a $Ka_i = [H^+].[Base_i]/[Acide_i]$.

**5°) Constante de basicité Kb**

$B + H_2O \rightleftharpoons BH^+ + OH^-$ on définit le couple (acide/base) :

$(BH^+/B) \Rightarrow K_b = [BH^+].[OH^-]/[B] \Rightarrow pH = pKe - pKb + \log[BH^+]/[B]$

avec $pKb = -\log Kb$ (càd $Kb = 10^{-pKb}$) et d'une façon générale on a $Kb_i = [OH^-].[Acide_i]/[Base_i]$.

**6°) Relation entre $K_a$ et $K_b$**

Pour un même acide AH en solution aqueuse on peut écrire :

$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+ \Rightarrow K_a = [H_3O^+].[A^-]/[AH]$

et de même pour sa base conjuguée $A^-$ :

$A^- + H_2O \rightleftharpoons AH + OH^- \Rightarrow K_b = [AH].[OH^-]/[A^-]$

$K_a.K_b = [OH^-].[H_3O^+] = K_e \Leftrightarrow pK_a + pK_b = pK_e = 14$ à 25°C

(pKe ne dépend que de la température il vaut 13 à 60°C par ex.).

Par conséquent, **plus** $K_a$ est élevée, **plus** $K_b$ est petite ou encore **plus** un acide est fort, **plus** sa base conjuguée est faible et inversement.

| Acide fort | -1,75 | Acide faible | 15,75 | Acide inerte → pKa |
|---|---|---|---|---|
| pKb ← | $(H_3O^+/H_2O)$ | | $(H_2O/OH^-)$ | |
| Base inerte | 15,75 | Base faible | -1,75 | Base forte |

• Les acides **forts** les plus connus sont : HCl ; $HNO_3$ ; $HClO_4$ ; HI ; HBr ; $H_2SO_4$, le reste des acides sont probablement faibles.

• Les bases fortes les plus connues sont : NaOH ; KOH ; les alcoolates $R\text{-}O^-$, le reste des bases sont probablement faibles.

**7°) Caractère d'une solution aqueuse**

Une solution aqueuse est acide $\Leftrightarrow [H_3O^+] > [OH^-] \Leftrightarrow pH < pKe/2$

Une solution aqueuse est basique $\Leftrightarrow [H_3O^+] < [OH^-] \Leftrightarrow pH > pKe/2$

Une solution aqueuse est neutre $\Leftrightarrow [H_3O^+] = [OH^-] \Leftrightarrow pH = pKe/2$

Généralement, on travaille à 25°C et $pKe/2 = 7$, donc on compare le pH à 7

• On compare l'acidité de deux solutions acides $S_1$ et $S_2$ par la valeur du pH, si $[H_3O^+]_1 > [H_3O^+]_2$ càd $pH_1 < pH_2$ alors $S_1$ est plus acide que $S_2$.

• On compare la basicité de deux solutions basiques $S'_1$ et $S'_2$ par la valeur du pH, si $[OH^-]_1 > [OH^-]_2$ càd $pH_1 > pH_2$ alors $S'_1$ est plus basique que $S'_2$.

•Attention, l'acidité et la basicité n'ont rien à voir avec la force de l'acide ou de la base.

**8°) Comparaison de deux acides**

**a -** • Une réaction acide-base est une réaction où se produit un transfert de protons $H^+$

$$\text{Acide 1} + \text{Base 2} \rightleftharpoons \text{Base 1} + \text{Acide 2}$$

• Une réaction acide-base fait intervenir deux complexes (acide/base) : ($A_1$ / $B_1$) et ($A_2$/$B_2$)

• La constante d'équilibre de cette réaction s'écrit :

$$K = \frac{[B_1][A_2]}{[A_1][B_2]}$$

• Si $K > 1$ alors $A_1$ est plus fort que $A_2$

$B_2$ est plus fort que $B_1$

Si $K < 1$ alors c'est l'inverse.

**b -** On peut comparer la force de deux ou de plusieurs acides :

• A partir des valeurs de Ka ou pKa des deux acides : si $Ka_1 > Ka_2$

(ou $pKa_1 < pKa_2$) l'acide$_1$ est plus fort que l'acide$_2$. (on a le raisonnement inverse si on utilise la valeur de leur pKb).

• A partir des valeurs de $\alpha$ : deux solutions acides $S_1$ et $S_2$ ont la même molarité $c_a$ alors si $\alpha_1 > \alpha_2$ alors l'acide$_1$ est plus fort que l'acide$_2$ (on a l'inverse pour leurs bases conjuguées).

c - On peut reconnaître la force de deux ou de plusieurs acides par :

• La comparaison des coefficients de dissociation $\alpha_1$ et $\alpha_2$ des deux acides avant et après dilution :

- Si la valeur de $\alpha$ reste inchangée au cours d'une dilution ($\alpha \approx 1$) alors l'acide considéré est fort.

- Si la valeur de $\alpha$ augmente au cours d'une dilution alors l'acide considéré est faible.

• La comparaison des nombres de mole de $H^+$ $n(_{H^+})$ :

- Si $n(_{H^+})$ reste inchangé après dilution alors l'acide est fort.

- Si $n(_{H^+})$ augmente au cours d'une dilution alors l'acide est faible.

**9°) Comparaison de deux bases**

a - On peut comparer la force de deux ou de plusieurs bases par :

• A partir des valeurs de Kb ou pKb des deux bases : si $Kb_1 > Kb_2$ (ou $pKb_1 < pKb_2$) la base$_1$ est plus forte que la base$_2$. (on a le raisonnement inverse si on utilise la valeur de leur pKa).

• A partir des valeurs de $\alpha$ : deux solutions basiques $S_1$ et $S_2$ ont la même molarité $c_b$ alors si $\alpha_1 > \alpha_2$ alors base$_1$ est plus forte que base$_2$ (on a l'inverse pour leurs acides conjugués).

b - On peut reconnaître la force de deux ou de plusieurs bases par :

• La comparaison des coefficients de dissociation $\alpha_1$ et $\alpha_2$ des deux bases avant et après dilution :

- Si la valeur de $\alpha$ reste inchangée au cours d'une dilution ($\alpha \approx 1$) alors la base considérée est forte.

- Si la valeur de $\alpha$ augmente au cours d'une dilution alors la base considérée est faible.

• La comparaison des nombres de mole de $OH^-$ $n(_{OH^-})$ :

- Si $n(_{OH^-})$ reste inchangé après dilution alors la base est forte.

- Si $n(_{OH^-})$ augmente au cours d'une dilution alors la base est faible.

**10°) Calcul du pH**

**a** - Solution d'un **monoacide fort** :

$AH + H_2O \rightarrow A^- + H_3O^+$ (ou bien $AH \rightarrow A^- + H^+$)

avec $[AH] \approx 0$, $[A^-] \approx [H_3O^+] \approx c_a$ alors **$pH = -\log c_a$**

**b** - Solution d'une **monobase forte** :

$B + H_2O \rightarrow BH^+ + OH^-$ (ou bien $B + H^+ \rightarrow BH^+$)

avec $[B] \approx 0$, $c_b \approx [BH^+] \approx [OH^-] = Ke/[H^+]$ alors **$pH = 14 + \log c_b$**

**c** - Solution d'**acide faible** : $AH \rightleftharpoons A^- + H^+$

La molarité de l'acide s'écrit : $c_a \approx [H^+] + [H^+]^2/Ka$, cependant si $\alpha << 1$ ($\alpha < 0,05$) et on peut négliger les ions dûs à l'ionisation propre de l'eau devant les ions provenant de l'acide

càd $[A^-] << [AH]$ et $[AH] \approx c_a$ alors pour un acide faiblement dissocié en solution aqueuse diluée on a : $c_a \approx [H^+]^2/Ka$ et on peut écrire : **$pH = 1/2(pKa - \log c_a)$**.

**d** - Solution de **base faible** : $B + H^+ \rightleftharpoons BH^+$

La molarité de la base faible s'écrit : $c_b \approx [OH^-] + [OH^-]^2/Kb$, cependant si $\alpha << 1$ ($\alpha < 0,05$) et on peut négliger les ions dûs à l'ionisation propre de l'eau devant les ions provenant de la base càd $[BH^+] << [B]$ et $[B] \approx c_b$ alors pour une base faiblement dissociée en solution aqueuse diluée on a : $c_b \approx [OH^-]^2/Kb$ et on peut écrire

**$pH = 1/2(pKa + pKe + \log c_b)$**.

**e - Méthode générale**

Les quatre relations précédentes peuvent être démontrées en se basant sur :

- le schéma de la réaction qui dépend de la force de l'acide ou de la base considérée.
- Inventaire des espèces chimiques dans la solution.
- Principe d'électroneutralité.
- Conservation de la matière.
- Loi d'action de masse (pour les électrolytes faibles).
- Les approximations nécessaires.

**f - Autre méthode**

On peut de même démontrer les relations précédentes comme suit :

• Pour un **acide faible** on a : $Ka = [A^-].[H^+]/[AH] \Rightarrow$

$Ka \approx [H^+]^2/(c_a - [H^+]) \approx c_a^2\alpha^2/c_a(1-\alpha) = c_a\alpha^2/(1-\alpha)$

si $\alpha << 1 \Rightarrow Ka \approx c_a\alpha^2 \approx [H^+]^2/c_a \Rightarrow$ **$pH = 1/2(pKa - \log c_a)$.**

• Pour une **base faible** on a : $K_b = [BH^+].[OH^-]/[B] \Rightarrow$

$Kb \approx [OH^-]^2/(c_b - [OH^-]) \approx c_b^2\alpha^2/c_b(1-\alpha) = c_b\alpha^2/(1-\alpha)$ si $\alpha << 1$

$\Rightarrow Kb \approx c_b\alpha^2 \approx [OH^-]^2/c_b \Rightarrow$ **$pH = 1/2(14 + pKa + \log c_b)$.**

## Tests d'Assimilation

1) On dispose d'une solution d'acide chlorhydrique de molarité $5.10^{-2}$mol.L$^{-1}$. On veut obtenir une solution de HCl de $2.10^{-3}$ M. On utilise pour cette dilution (une pipette/une fiole jaugée) où les volumes sont marqués en mL :

A : (20/100) ; B : (20/250) ; C : (10/250)

2) a) On opère à 25°C et on dissout 0,1L de HCl gazeux dans 100 mL d'eau. Sachant que le volume molaire des gaz vaut 24,5Lmol$^{-1}$, la molarité obtenue en molL$^{-1}$ est alors :

A : 0,023 ; B : 0,0408 ; C : 0,01

b) Le pH de la solution est : A : 1,69 ; B : 1,39 ; C : 2,45

c) On dilue la solution précédente 10 fois, le pH prend les valeurs :

A : 2,39 ; B : 0,39 ; C : 1,39

3) A une température de 60°C, pKe ≈ 13. A cette même température une solution S de pH = 6,8 est :

A : acide ; B : basique ; C : neutre.

4) a) A 25°C une solution S de pH = 6 contient : $[OH^-]/[H^+] =$ :

A : $10^2$ ; B : $10^{-2}$ ; C : $10^{-8}$

b) S' de pH = 8 : $[OH^-]/[H^+]$ : A : $10^{-6}$ ; B : $10^2$ ; C : $10^{-2}$

5) a) A 5mL d'une solution $S_1$ de chlorure de sodium de molarité $c_1$ on ajoute 20mL d'eau, la molarité est alors divisée par :

A : 3 ; B : 4 ; C : 5

b) On obtient alors une solution $S_2$ de molarité $c_2 = 4.10^{-2}$mol L$^{-1}$. Si maintenant on mélange 5mL de $S_1$ avec 15mL de $S_2$, on obtient

une solution S de molarité : (en mol $L^{-1}$) :
A : $8.10^{-2}$ ; B : $10^{-1}$ ; C : $1,2.10^{-2}$
6) a) On dissout à 25°C 0,3g de soude dans 250mL d'eau, le pH de la solution est : A : 12,5 ; B : 12,7 ; C : 11,5
b) On dilue 10 fois la solution obtenue, le pH prend la valeur :
A : 12,5 ; B : 13,5 ; C : 11,5
7) a) On dilue 40 fois une solution d'acide faible AH de pH = 4,5; probablement le pH deviendra : A : 5,69 ; B : 6,1 ; C : 6,5
b) Dans cette dilution :
A : $[H^+]$ augmente ; B : $n(H^+)$ augmente ; C : $[A^-]$diminue
c) Lors de cette dilution la relation pH = 1/2(pKa - log c) est :
A : encore valable ; B : non valable ; C : juste valable.
8)a) Le méthanoïque HCOOH ($pKa_1$ = 3,8) et l'éthanoïque $CH_3COOH$ ($pKa_2$ = 4,8) :
A : HCOOH plus fort que $CH_3COOH$ ; B : HCOOH plus faible que $CH_3COOH$ ; C : $HCOO^-$ plus faible que $CH_3COO^-$
b) Une solution $S_1$ de méthanoate de sodium de molarité $c_1$ a le même pH qu'une solution $S_2$ d'éthanoate de sodium de molarité $c_2$ :
A : pH = 7 ; B : pH < 7 ; C : pH > 7
c) A : $c_1 > c_2$ ; B : $c_1 < c_2$ ; C : $c_1 = c_2$
d) Sachant que pH = 8,6 alors :
A : $[HCOOH] = [CH_3COOH]$ ; B : $[HCOOH] > [CH_3COOH]$ ; C : $[HCOOH] < [CH_3COOH]$

Réponses : 1 C ; 2a B ; 2b B ; 2c A ; 3 B ; 4a B ; 4b B ; 5a C 5b A ; 6a A ; 6b C ; 7a A ; 7b B,C ; 7c B ; 8a A,C 8b C ; 8c A ; 8d A

Techniques, conseils et exercice type

# Addenda

# LES INDICATEURS COLORES

## 1°) Définition

Un indicateur coloré est un acide ou une base organique faible dont les formes acide et basique ont des couleurs différentes.

Le couple acide/base s'écrit : HInd/Ind$^-$.

## 2°) Teinte sensible

La teinte sensible de l'indicateur est la couleur juste intermédiaire entre celle de la forme acide et celle de la forme basique, obtenue quand le pH de la solution est égal au pKa(Ind) de l'indicateur coloré.

## 3°) Zone de virage

La zone de virage d'un indicateur coloré est la zone de pH pour laquelle l'indicateur coloré présente sa teinte sensible (mélange de la teinte acide et la teinte basique).

## 4°) Teinte de l'indicteur dans une solution

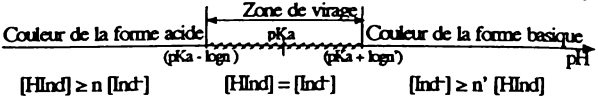
Lorsqu'on met un indicateur coloré dans une solution la couleur observée dépend du pH de la solution.

$HInd \rightleftharpoons Ind^- + H^+$ où le $K_a = [H^+].[Ind^-]/[HInd]$

$\Rightarrow pH = pKa - \log[HInd]/[Ind^-]$ avec $pKa = -\log Ka$.

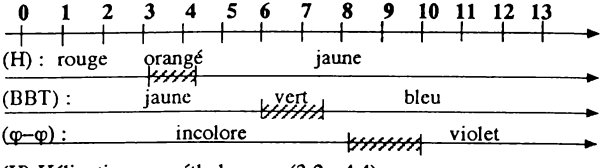
## 5°) Indicateurs et dosages acido-basiques

- Le meilleur indicateur coloré est celui qui a la zone de virage contenant le $pH_E$ de l'équivalence.
- A défaut on utilise celui qui a la zone de virage appartenant au domaine du saut de pH.
- Retenir que le Bleu de bromothymol vire, en milieu pratiquement neutre (pH≈7), donc meilleur pour les dosages d'un acide fort par une base forte, ou d'une base forte par un acide fort.
- Retenir que la phénolphtaléine vire, en milieu basique (pH>7), donc meilleur pour les dosages d'un acide faible par une base forte.
- Retenir que l'héliantine vire, en milieu acide (pH<7), donc généralement bon pour les dosages d'une base faible par un acide fort.




• Généralement les zones de virage données dans les tables ont des pH∈ [pKa - log n , pKa + log n'].
En l'absence de données on supposera que n = n' = 10. Vu que l'une des couleurs persiste si le rapport des molarités est supérieur à 10, d'où pH∈ [pKa - 1, pKa +1].

• Trois indicateurs colorés connus depuis la 2ème année secondaire




(H) Héliantine ou méthylorange (3,2 - 4,4)
(BBT) Bleu de bromothymol (6 - 7,6)
(φ–φ) Phénolphtaléïne (8,2 - 10)

**N.B.** : Normalement, les indicateurs colorés ne doivent pas faire l'objet d'application numérique.

## Tests d'Assimilation

1°) On donne les zones de virage des indicateurs colorés suivants :
Violet de méthyle (Jaune 0,1 - 1,6 Violet)
Vert de bromocrésol (Jaune 3,8 - 5,8 Bleu)
Bleu de bromophénol (Jaune 3 - 4,6 Bleu).
a) La solution est : A : acide ; B : basique ; C : neutre
b) Une solution S fait virer le premier indicateur au violet et les autres au jaune ; le meilleur encadrement du pH de S est :
A : $0 < pH < 3,8$ ; B : $1,6 < pH < 3,8$ ; C : $1,6 < pH < 3$
2°) A une solution S on ajoute quelques gouttes d'Héliantine. S prend une teinte jaune. Sachant que la zone de virage est de (Rouge 3,1 - 4,4 Jaune) on a en mol.$L^{-1}$ : A : $[H^+] < 4.10^{-5}$ ;
B : la solution est basique ; C : $[OH^-] > 2,5.10^{-10}$
3°) a) La phénolphtaléine (incolore 8 - 10 violette) prend une couleur violacée dans une solution S de potasse de molarité c (exprimée en mol.$L^{-1}$) alors, A : $c = 10^{-4}$ ; B : $c < 10^{-4}$ ; C : $c > 10^{-4}$
b) Tant que la phénolphtaléine prend une coloration violette la relation $pH = 14 + \log c$ est A : valable ; B : non valable ; C : ce n'est pas toujours.
c) A la solution S précédente de volume $V_1$ on a ajouté un volume $V_2$ d'eau, on obtient une solution S'. La coloration violacée persiste. Sachant que $V_2 = 2V_1$ alors la molarité de S est :
A : $c > 4.10^{-4}$ ; B : $c > 3.10^{-4}$ ; C : $c < 10^{-4}$

Réponses : 1a A ; 1b C ; 2 A,C ; 3a C 3b C ; 3c B

# Addenda

# DOSAGE ACIDE - BASE

## 1°) Introduction

• **Rappels :** Ionisation ou dissociation
**d'une base faible ou d'un acide faible** dans l'eau

$B + H_2O \rightleftharpoons BH^+ + OH^-$ ; $AH + H_2O \rightleftharpoons A + H_3O^+$

• L'espèce **dosante** (versée dans la **burette**) est toujours un acide **fort** ou une base **forte**.

• Si la courbe de titrage est **croissante** alors il s'agit d'un **acide** (faible ou fort) par une **base forte**.

• Inversement, si la courbe de titrage est **décroissante** alors il s'agit d'une **base** (faible ou forte) par un **acide fort**.

• Toutes les réactions de **dosage**, appelées encore de **titrage** ou de **neutralisation**, sont pratiquement totales et instantanées.

• Avant l'équivalence, l'espèce **dosante** est en **défaut**, par conséquent c'est elle qui disparaît pratiquement.

• A l'équivalence, on a : $n_a = n_b \Rightarrow C_aV_a = C_bV_b$ avec :
* $C_a$ et $V_a$ la molarité et le volume de l'acide.
* $C_b$ et $V_b$ la molarité et le volume de la solution basique.

• Après l'équivalence, l'espèce **dosée** est en **défaut**, par conséquent c'est elle qui est pratiquement consommée.

## 2°) Dosage d'un acide fort par une base forte.

### a/ Equation de neutralisation

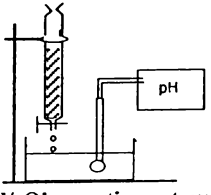
L'équation de la réaction qui a lieu au cours du dosage s'écrit :

$H^+ + OH^- \rightarrow H_2O$ ou bien : $H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$

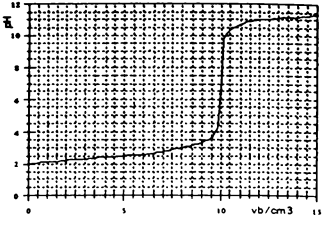
• Les autres ions sont inertes puisqu'ils sont des conjugués d'acide fort ou de base forte.

• Cette réaction est pratiquement **totale**. En effet, la constante d'équilibre de la réaction du dosage est : $K = 1/[OH^-].[H_3O^+] = 1/Ke = 10^{14}$ à 25°C $K >> 1 \Rightarrow$ réaction totale.

**b/ Schéma de montage**




**c/ Courbe de neutralisation**




**d/ Observations et exploitation**

Coordonnées du point d'équivalence : $E(V_{bE}$ ; $pH_E = 7)$. L'indicateur coloré qui convient le mieux est le bleu de bromothymol puisque sa zone de virage contient le pH d'équivalence.

• A l'équivalence la solution est neutre ($pH_E = 7$ à 25°C). Cette courbe présente trois parties caractéristiques :

* avant le point d'équivalence où l'acide est en excès, le pH varie lentement et la courbe est quasi-linéaire :

$$pH \approx - \log[(C_A V_A - C_B V_B)/(V_A+V_B)]$$

et nous remarquons que si $V_B \rightarrow 0 \Rightarrow pH \rightarrow - \log C_A$ d'où la valeur du pH de la solution initiale d'acide fort à doser.

* De part et d'autre du point d'équivalence on observe une brusque augmentation de pH avec un point d'inflexion.

* Après le point d'équivalence où la base est en excès, le pH augmente lentement pour atteindre une assymptote horizontale.

$$pH \approx pKe + \log[(C_B V_B - C_A V_A)/(V_A+V_B)]$$

et nous remarquons que si $V_B \rightarrow \infty \Rightarrow pH \rightarrow pKe + \log C_B$ d'où la valeur du pH de la base forte et l'assymptote sus-indiquée.

**e) Caractère neutre de la solution à l'équivalence**

Au point d'équivalence on a $n_a = (n_{bE})_{ajouté} \Rightarrow C_aV_a = C_bV_{bE}$ avec:

$C_a$ et $V_a$ : molarité initiale et volume de l'acide.

$C_b$ et $V_{bE}$ : respectivement la molarité et le volume ajouté au point d'équivalence de la solution basique.

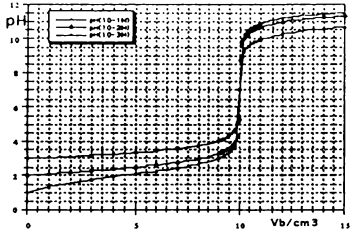
$Na^+$ acide inerte, sans action avec l'eau. (ou bien $K^+$)

$Cl^-$ base inerte, sans action avec l'eau. (ou bien $I^-$, $Br^-$, $NO_3^-$ ou $ClO_4^-$)

D'où pH = 7 ⇒ solution neutre à l'équivalence.

**f/ Influence de la concentration initiale**

On refait la même expérience que précédemment avec 3 solutions d'acide fort de concentrations initiales $C_{ai}$ différentes et de volumes $V_{ai}$ différents (mais ayant la même quantité de matière). La solution de soude utilisée pour ces dosages a la même concentration $C_b$. On obtient le graphe suivant :




**3°) Dosage d'une base forte par un acide fort**

On obtient des résultats similaires à ce qui précède :

Coordonnées du point d'équivalence : $E(V_{aE} ; pH_E = 7)$.

• A l'équivalence la solution est neutre ($pH_E = 7$ à 25°C). Cette courbe présente trois parties caractéristiques :

* avant le point d'équivalence où la base est en excès, le pH varie lentement et la courbe est quasi-linéaire et décroissante:

$$pH \approx pKe + \log[(C_BV_B - C_AV_A)/(V_A+V_B)]$$

et nous remarquons que si $V_A \to 0 \Rightarrow pH \to pKe + \log C_B$ d'où la valeur du pH de la solution initiale de bas forte à doser.

* De part et d'autre du point d'équivalence on observe une brusque diminution de pH avec un point d'inflexion à $pH_E = 7$.

* Après le point d'équivalence où l'acide est en excès, le pH diminue lentement pour atteindre une assymptote horizontale.

$$pH \approx - \log[(C_A V_A - C_B V_B)/(V_A+V_B)]$$

et nous remarquons que si $V_A \rightarrow \infty \Rightarrow pH \rightarrow - \log C_A$ d'où la valeur du pH de l'acide fort et l'assymptote indiquée.

Au point d'équivalence on a $n_b = (n_{aE})_{ajouté} \Rightarrow C_a V_{aE} = C_b V_b$ avec:

$C_b$ et $V_b$ : molarité initiale et volume de la base .

$C_a$ et $V_{aE}$ : respectivement molarité et volume ajouté au point d'équivalence de la solution acide.

**4°) Dosage d'un acide faible par une base forte**

**a/ Equation de neutralisation**

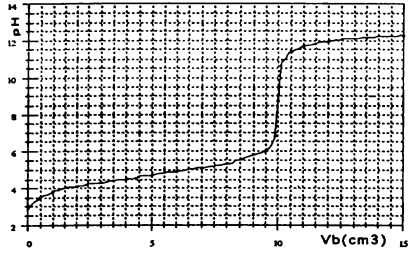
L'équation de la réaction qui a lieu au cours du dosage s'écrit :

$$AH + OH^- \rightarrow A^- + H_2O$$

La réaction entre un acide faible et une base forte est pratiquement **totale**. En effet, la constante d'équilibre de la réaction du dosage est : $K = [A^-]/[AH].[OH^-] = [A^-].[H^+]/([AH].Ke) = Ka/Ke = 1/Kb = 10^{pKe-pKa} >> 1 \Rightarrow$ réaction est totale.

On prendra comme exemple, le cas du dosage d'une solution d'acide acétique de molarité $C_a$ inconnue par une solution de soude (NaOH) de molarité $C_b$ connue.

**b/ Courbe de neutralisation**



### c/ Observations et exploitation

• Coordonnées du point d'équivalence : $E(V_{bE} = Va ; pH_E > 7)$.

• L'indicateur coloré qui convient le mieux est la phénolphtaléïne puisque sa zone de virage contient le pH du point d'équivalence.

• A l'équivalence la solution est basique ($pH_E > 7$ à 25°C)

• A la demi-équivalence le pH est égal au pKa.

• Cette courbe présente quatre parties caractéristiques :

* au début le pH augmente nettement ;

* dans la deuxième partie (toujours avant le point d'équivalence où l'acide est en excès), on observe une très faible variation de pH (zone **tampon**) et ceci au voisinage de la demi-équivalence où le pH = pKa où il existe un point d'inflexion D à $V_E/2$ environ :

$$pH \approx pKa + \log[C_BV_B/(C_AV_A - C_BV_B)]$$ et nous remarquons que cette relation n'est pas valable lorsque $V_B \rightarrow 0$.

* de part et d'autre du point d'équivalence qui correspond à un point d'inflexion E, on observe une augmentation brusque de pH ;

* Après le point d'équivalence où la base est en excès, le pH augmente lentement pour atteindre une assymptote horizontale.

$$pH \approx pKe + \log[(C_BV_B - C_AV_A)/(V_A+V_B)]$$

et nous remarquons que si $V_B \rightarrow \infty \Rightarrow pH \rightarrow pKe + \log C_B$ d'où la valeur du pH de la base forte et l'assymptote sus-indiquée.

### d) Caractère basique de la solution à l'équivalence

Au point d'équivalence on a $n_a = (n_{bE})_{ajouté} \Rightarrow C_aV_a = C_bV_{bE}$ avec:

$C_a$ et $V_a$ : molarité initiale et volume de l'acide.

* $C_b$ et $V_{bE}$ : respectivement la molarité et le volume ajouté de la solution basique au point d'équivalence.

* à l'équivalence la solution est basique ($pH > 7$ à 25°C). En effet :

$Na^+$ acide inerte, sans action avec l'eau.

$CH_3COO^-$ base conjuguée de l'acide faible qui peut agir avec l'eau selon l'équation : $CH_3COO^- + H_2O \rightarrow CH_3COOH + OH^-$

Donc $[OH^-]$ augmente dans la solution $\Rightarrow [OH^-] > [H_3O^+] \Rightarrow [H_3O^+] < 10^{-7} mol.L^{-1}$. D'où $pH_E > 7$ et ainsi la solution est basique à l'équivalence.

Nous remarquons que si pKe - pKa > 4 la réaction est pratiquement totale et le dosage est possible.

### 5°) Dosage d'une base faible par un acide fort

#### a/ Equation de neutralisation

L'équation de la réaction qui a lieu au cours du dosage s'écrit :

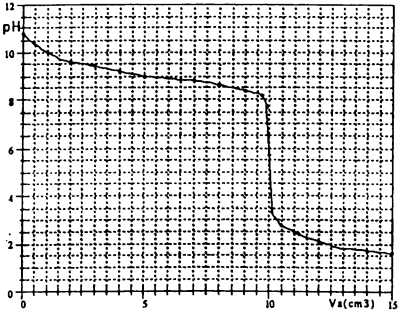
**B + H⁺ → B H⁺** ou bien : $B + H_3O^+ \rightarrow BH^+ + H_2O$

• Cette réaction est pratiquement **totale**. En effet, la constante d'équilibre de la réaction du dosage est : $K = [BH^+]/[B].[H^+] = [BH^+].[OH^-]/([B].Ke) = Kb/Ke = 1/Ka = 10^{pKe-pKb} >> 1 \Rightarrow$ réaction est totale.

On prendra comme exemple, le cas du dosage d'une solution de $NH_3$ de molarité $C_b$ inconnue par une solution de HCl de molarité $C_a$ connue. L'équation de dosage est alors : $NH_3 + H^+ \rightarrow NH_4^+$

(même chose pour les amines primaires : $R\text{-}NH_2 + H^+ \rightarrow R\text{-}NH_3^+$)

#### b/ Courbe de neutralisation




#### c/ Observations et exploitation

• Coordonnées du point d'équivalence : $E(V_{aE} ; pH_E < 7)$.

• L'indicateur coloré qui convient est le rouge de méthyle puisque

sa zone de virage contient le pH du point d'équivalence. A défaut, on peut utiliser l'héliantine car sa zone de virage est inclue dans la partie du saut de pH.

• A l'équivalence la solution est acide ($pH_E < 7$ à 25°C)

• Cette courbe présente quatre parties caractéristiques :

* au début le pH diminue nettement.

* dans la deuxième partie (toujours avant le point d'équivalence où la base est en excès), on observe une très faible variation de pH (zone **tampon**) et ceci au voisinage de la demi-équivalence où le pH = pKa où il existe un point d'inflexion D à $V_E/2$ environ :

$$pH \approx pKa + \log[C_AV_A/(C_BV_B - C_AV_A]$$ et nous remarquons que cette relation n'est pas valable lorsque $V_A \rightarrow 0$.

* Après le point d'équivalence où l'acide est en excès, le pH augmente lentement pour atteindre une assymptote horizontale.

$$pH \approx - \log[(C_AV_A - C_BV_B)/(V_A+V_B)]$$

et nous remarquons que si $V_A \rightarrow \infty \Rightarrow pH \rightarrow - \log C_A$ d'où la valeur du pH de l'acide fort et l'assymptote sus-indiquée.

### d) Caractère acide de la solution à l'équivalence

Au point d'équivalence on a $n_b = (n_{aE})_{ajouté} \Rightarrow C_aV_{aE} = C_bV_b$ avec :

* $C_a$ et $V_{aE}$ : respectivement la molarité et le volume ajouté de la solution acide au point d'équivalence.

* $C_b$ et $V_b$ molarité et volume de la solution basique.

* à l'équivalence la solution est acide ($pH < 7$ à 25°C). En effet :

$Cl^-$ base inerte, sans action avec l'eau.

$NH_4^+$ acide conjugué de la base faible $NH_3$ qui peut agir avec l'eau selon l'équation : $NH_4^+ + H_2O \rightarrow NH_3 + H_3O^+$

Donc $[H_3O^+]$ augmente dans la solution $\Rightarrow [H_3O^+] > [OH^-] \Rightarrow [H_3O^+] > 10^{-7} mol.L^{-1}$. D'où $pH_E < 7$ et ainsi la solution est acide à l'équivalence.

# SOLUTIONS TAMPON

## 1°) Définition

Une solution (ou mélange) tampon est une solution aqueuse où le pH n'est pratiquement pas modifié par l'addition de quantités relativement faibles d'acide ou de base ; il est d'autre part insensible à toute dilution modérée.

## 2°) Préparation

En général, une solution tampon est constituée d'un mélange d'un acide faible et de sa base conjuguée dans des proportions égales ou du même ordre de grandeur et en molarité pas trop faible et ceci pour rester au voisinage du point de demi-équivalence où le pH $\approx$ pKa et pour que les molarité de $H^+$ et de $OH^-$ dans la solution restent négligeables devant celles de l'acide et de sa base conjuguée.

On peut autrement préparer une solution tampon en mélangeant :

* soit un acide faible et une base forte, en proportions convenables (à la demi-équivalence lors du dosage d'un acide faible par une base forte la solution obtenue est une solution tampon à pH acide).

* soit une base faible et un acide fort, en proportions convenables (à la demi-équivalence lors du dosage d'une base faible par un acide fort la solution obtenue est une solution tampon à caractère ou pH acide).

**N.B.** : Normalement, les solutions tampons ne doivent pas faire l'objet d'application numérique.

## Tests d'Assimilation

**1°)** On mélange 30 mL d'une solution d'acide chlorhydrique de molarité $5.10^{-3}$ mol.L$^{-1}$ à 20 mL d'une solution de potasse de molarité $10^{-2}$ mol.L$^{-1}$, le pH vaut alors : A : 3 ; B : 7 ; C : 11.

**2°)** On mélange 2 mL d'une solution de soude de molarité 0,05 mol.L$^{-1}$ à 1 mL d'une solution d'iodure d'hydrogène (HI) de molarité 0,1 mol.L$^{-1}$. On obtient une solution S.

**a/** La solution S a : A : pH < 7 ; B : pH = 7 ; C : pH > 7.

**b /** on obtient une solution de d'iodure sodium (NaI) de molarité (en mol.L$^{-1}$) : A : 0,050 ; B : 0,100 ; C : 0,033.

**3°) a/** On dissout 0,2 g de soude et 0,3 g d'acide acétique (pKa = 4,8) dans 500 mL d'eau, on obtient une solution S' qui a un :
A : pH < 7 ; B : pH = 7 ; C : pH > 7.

**b/** Au lieu de 0,2 g de soude on met 0,1 g seulement, on obtient une solution S'où le : A : pH < 4,8 ; B : pH = 4,8 ; C : pH > 4,8.

**c/** La solution S' peut être obtenue autrement en mélangeant 0,15 g d'acide acétique à une masse m d'étahanoate de sodium ($CH_3COO$ Na) tel que :
A : m = 0,25 g ; B : m = 0,41 g ; C : m = 0,82 g.

**d/** A la solution S' on ajoute 530mL d'eau, on obtient une solution S"où le : A : pH < 4,8 ; B : pH = 4,8 ; C : pH > 4,8.

**e/** Le dosage de l'acide éthanoïque par l'hydroxyde de sodium se fait à l'aide d'un indicateur coloré, il est préférable d'utiliser : A : le bleu de bromothymol ; B : la phénolphtaléine ; C : l'héliantine.

**4°)** On veut préparer une solution tampon S de pH = 4,8. On dispose au laboratoire les solutions suivantes : $S_1$ : soude ; $S_2$ : acide éthanoïque (pKa = 4,8) ; $S_3$ : acide chlorhydrique ; $S_4$ : chlorure de sodium ; $S_5$ : éthanoate de sodium. La solution S peut être obtenue en mélangeant dans des proportions définies : A : $S_1$ à $S_2$ ; B : $S_1$ à $S_3$ ; C : $S_2$ à $S_4$ ; D : $S_2$ à $S_5$ ; E : $S_4$ à $S_5$.

**Réponses** :1 C; 2a B ; 2b C ; 3a C 3b B ; 3c B ; 3d B ; 3e B ; 4 A,D

Techniques, conseils et exercice type

# Addenda

# REACTIONS D'OXYDOREDUCTION

## 1°) Rappels et définitions

Une réaction d'oxydoréduction (ou réaction rédox), est une réaction au cours de laquelle il se produit un transfert d'électrons d'un réducteur vers un oxydant :

• Un **oxydant** est une entité chimique qui peut capter des électrons.

• Un **réducteur** est une entité chimique qui peut céder des électrons

## 2°) Réactions d'oxydoréduction

•Au cours d'une demi-réaction d'**oxydation** il y a **perte** d'électrons.

•Au cours d'une demi-réaction de **réduction** il y a **gain** d'électrons.

• A chaque couple rédox, noté Ox/Réd ou(forme oxydée / forme réduite) lui correspond une demi-équation rédox. Dans les cas les plus simples, c'est : Réd $\underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftharpoons}}$ Ox + n $e^-$ où (1) est une oxydation et (2) est une réduction.

• Une équation d'oxydoréduction est une combinaison de deux demi-équations rédox (oxydation et réduction) :

**$Ox_1$ + $Réd_2$ $\rightleftharpoons$ $Réd_1$ + $Ox_2$** et pour laquelle on associe la fonction des concentrations : $\Pi = [Ox_2][Réd_1]/[Ox_1][Réd_2]$.

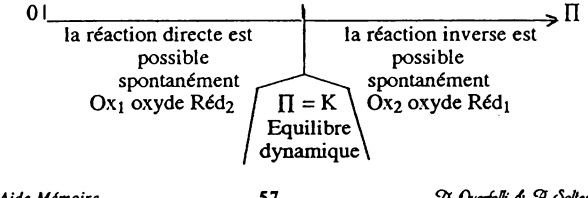
• Une fois l'équation d'une réaction rédox est ajustée, elle ne doit jamais comporter d'électrons.

## 3°) Loi d'action de masse et conditions d'évolution spontanée

### a/ Loi d'action de masse

Un système évolue spontanément pour atteindre l'équilibre dynamique : $\Pi \rightarrow \Pi_{éq.dyn} = K$ et la constante d'équilibre K ne dépend que de la température.

### b/ Conditions d'évolution spontanée



**c/ comparaison des pouvoirs réducteur et oxydant**

• Si $K > 1$ (ou $pK < 0$) $\Rightarrow$ $Ox_1$ est plus fort que $Ox_2$ et $Réd_2$ est plus fort que $Réd_1$.
(càd ceux qui sont écrits à gauche de la flèche sont plus forts).

• Si $K < 1$ (ou $pK > 0$) $\Rightarrow$ $Ox_1$ est plus faible que $Ox_2$ et $Réd_2$ est plus faible que $Réd_1$.
(càd ceux qui sont écrits à droite de la flèche sont plus forts).

**4°) Dosage d'oxydoréduction**

Soit une solution $S_1$ de volume $V_1$ et de molarité $[Fe^{2+}] = c_1$ qu'on veut doser par une solution $S_2$ de volume $V_2$ et de molarité $[MnO_4^-] = c_2$ et ceci suivant la réaction d'oxydoréduction suivanyte :

$$MnO_4^- + 8H^+ + 5Fe^{2+} \rightleftharpoons Mn^{2+} + 4H_2O + 5Fe^{3+}$$

A l'équivalence, on a : $c_1V_1/5 = c_2V_2/1$ où 5 et 1 correspondent aux coefficients stoechiométriques de $Fe^{2+}$ et $MnO_4^-$ respectivement.

## Tests d'Assimilation

**1)** Soient les réactions chimiques suivantes :

(a) : $Ca + O_2 \rightarrow CaO$

(b) : $CaCO_3 + H^+ \rightarrow Ca^{2+} + CO_2 + H_2O$

(c) : $HCOOH + OH^- \rightarrow HCOO^- + H_2O$

(d) : $Cu^{2+} + Zn \rightarrow Zn^{2+} + Cu$

A : (b) et (c) ne sont pas des réactions rédox.
B : (c) est une réaction acido-basique.
C : (a) et (d) sont des réactions rédox.

**2°)** Compléter et ajuster les équations des réactions d'oxydoréduction, sachant qu'elles se déroulent en milieux aqueux acidifiés.

**a)** 6°) $U^{4+} + MnO_4^- \rightleftharpoons Mn^{2+} + UO_2^{2+}$

**b)** $S_2O_6^{2-} + BiO_3^- \rightleftharpoons Bi^{3+} + SO_4^{2-}$

**c)** $Cr_2O_7^{2-} + Hg \rightleftharpoons Cr^{3+} + Hg^{2+}$

**3°)** Compléter et ajuster l'équation de la réaction d'oxydoréduction, sachant qu'elle se déroule en milieu aqueux basique.

$CrO_4^{2-} + SO_3^{2-} = Cr^{3+} + SO_4^{2-}$

**4°)** Classer les métaux suivants (Fe, Al, Cu, Pb et Ag) par pouvoir réducteur croissant en se basant sur les données suivantes :

$Al + Fe^{2+} \rightleftharpoons Al^{3+} + Fe$ pK = - 41

$Pb + Cu^{2+} \rightleftharpoons Cu + Pb^{2+}$ pK = - 7

$Pb + Fe^{2+} \rightleftharpoons Fe + Pb^{2+}$ pK = 9,34

$Ag + Cu^{2+} \rightleftharpoons Cu + Ag^{+}$ pK = 15,34

$Ag + Fe^{2+} \rightleftharpoons Fe + Ag^{+}$ pK = 40,34

**5°)** On mélange 50 mL d'une solution de sulfate de zinc de molarité 0,1 $mol.L^{-1}$ à 50 mL d'une solution de sulfate de cuivre de molarité 0,1 $mol.L^{-1}$ pour obtenir une solution S. On plonge ensuite une lame de cuivre et une lame de zinc dans S. On observe un dépôt rouge sur la lame de zinc et la solution se décolore après un temps suffisamment long tandis que rien ne se passe pour la lame de cuivre.

**a)** Initialement lors du mélange on a ($mol.L^{-1}$) : A : $[Zn^{2+}]_0 = 0,1$ ; B : $[Cu^{2+}]_0 = [Zn^{2+}]_0 = 0,05$ ; C : $[SO_4^{2-}]_0 = 0,1$

**b)** A la fin de la réaction on a pratiquement ($mol.L^{-1}$) :
A : $[Zn^{2+}] = 0,1$ ; B : $[Cu^{2+}]_0 \approx 0$ ; C : $[SO_4^{2-}]_0 = 0,1$

**c)** A : Zn plus réducteur que Cu ; B : Cu plus réducteur que Zn ; C : $Zn^{2+}$ moins oxydant que $Cu^{2+}$

**Réponses** : **1** (A,B,C) ;

**2 a)** $5U^{4+} + 2MnO_4^- + 2H_2O \rightleftharpoons 2Mn^{2+} + 5UO_2^{2+} + 4H^+$

**b)** $S_2O_6^{2-} + BiO_3^- + 2H^+ \rightleftharpoons Bi^{3+} + 2SO_4^{2-} + H_2O$

**c)** $Cr_2O_7^{2-} + 3Hg + 14H^+ \rightleftharpoons 2Cr^{3+} + 3Hg^{2+} + 7H_2O$

**3** $2CrO_4^{2-} + 3SO_3^{2-} + 5H_2O \rightleftharpoons 2Cr^{3+} + 3SO_4^{2-} + 10\ OH^-$;

**4** (Ag ; Cu ; Pb ; Fe ; Al) ; **5a** B,C ; **5b** A,B,C ; **5c** A,C .

# Addenda

# LES PILES ELECTROCHIMIQUES

## 1°)Définitions

• Une demi-pile est un ensemble formé par un conducteur électrique (Métal, graphite,...) au contact d'un conducteur ionique.

• A chaque **demi-pile** correspond un **couple rédox** (Ox/Réd).

• L'ensemble des **deux demi-piles** liée par un **pont salin** constitue une **pile** électrochimique.

• L rôle du pont salin est d'assurer :

* la neutralité électrique des deux solutions.
* la fermeture du circuit sans mélanger les deux solutions.

## 2°) Représentation d'une pile

Une pile est représentée généralement par :

**a/ un symbole :** $M_1 \mid M_1^{n+}(c_1) \parallel M_2^{n'+}(c_2) \mid M_2$

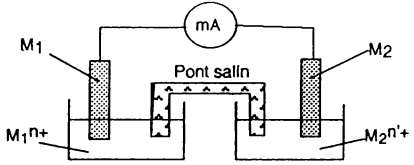
**b/ une réaction associée** dont l'équation est :

$$n'M_1 + nM_2^{n'+} \rightleftharpoons n'M_1^{n+} + nM_2$$

• A ne pas mélanger avec la réaction spontanée

• Généralement $n = n' = 2$ et on a : $M_1 + M_2^{2+} \rightleftharpoons M_1^{2+} + M_2$

**c/ un schéma :**




## 3°) Force électromotrice d'une pile

• La force électromotrice d'une pile E est définie par : $E = E_D - E_G$ où $E_D$ est le potentiel électrique de la borne droite et $E_G$: le potentiel électrique de la borne gauche.

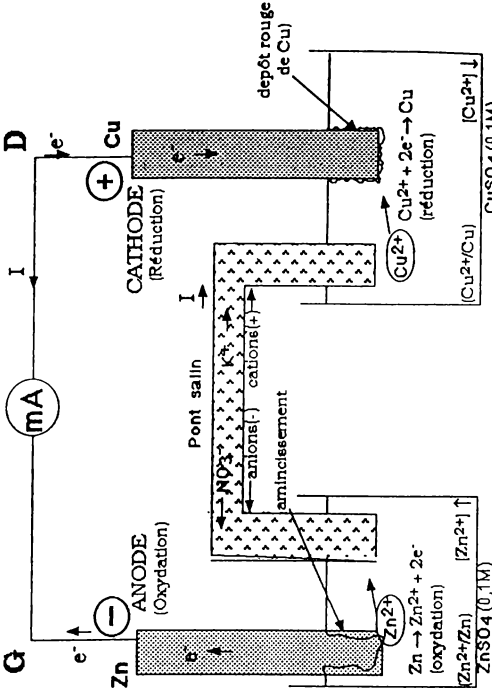
• E est mesurée à l'aide d'un voltmètre ou un oscilloscope.

• En négligeant le résistance interne de la pile on peut écrire que : $E = E_D - E_G \approx V_D - V_G$ = ddp (puisque $V_D - V_G = E - r.I$ )

• La polarité d'une pile peut être déterminée à partir du signe de E :

* $E > 0 \Leftrightarrow E_D > E_G \Leftrightarrow$ D(+) et G(-)
* $E < 0 \Leftrightarrow E_D < E_G \Leftrightarrow$ D(-) et G(+)

## 4°) Pile Daniell

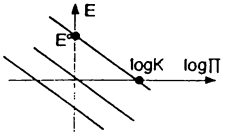



**5°) Variation de la f.é.m. en fonction des concentrations**

Dans notre programme on étudie les **piles type Daniell** (n = 2) où l'équation de la réaction associée s'écrit: $M_1 + M_2^{2+} \rightleftharpoons M_1^{2+} + M_2$ et la f.é.m s'écrit: $E = E° - (0,06/n).\log\Pi$ à 25°C (Loi de Nernst)

avec $\Pi = [M_1^{2+}]/[M_2^{2+}]$ , **n** : nombre d'électrons mis en jeu dans chaque demi-réaction et **E°** : la f.é.m normale ou f.é.m standard.

• A l'équilibre dynamique ($\Pi$ = K), le courant s'annule (la circulation des électrons s'arrête), par conséquent E = 0 ce qui donne E°- 0,03logK = 0 et $\mathbf{E^\circ = 0{,}03\ logK \Rightarrow K = 10^{E^\circ/0{,}03}}$




**6°) Conditions d'évolution spontanée et prévisions des réactions**

Soit la pile du type Daniell de symbole : $M_1|M_1^{2+}(c_1)||M_2^{2+}(c_2)|M_2$ et de réaction associée dont l'équation est :

$$M_1 + M_2^{2+} \rightleftharpoons M_1^{2+} + M_2$$

• La condition d'évolution spontanée ($\Pi \rightarrow K$) stipule que la fém E tend vers zéro ($E \rightarrow 0$) lorsque la pile débite du courant $\Rightarrow$

* si E ↓ $\Rightarrow$ E > 0 ; sens direct ; pôle de droite (+)
* si E ↑ $\Rightarrow$ E < 0 ; sens inverse ; pôle de droite (-)

• Il existe cependant deux méthodes pour prévoir quelle réaction peut se produire spontanément :

* soit la comparaison de $\Pi$ à K (c.f. Chap. oxydoréduction §3°)
* soit on utilise le signe de la f.é.m E de la pile lorsque celle-ci débite un courant :

| ( E < 0 ) | 0 | ( E > 0 ) |
|---|---|---|
| la réaction **inverse** est possible spontanément $M_2^{2+}$ oxyde $M_2$ borne D(-) et borne G(+) | E = 0 Equilibre dynamique (pile usée) | la réaction **directe** est possible spontanément $M_2^{2+}$ oxyde $M_1$ borne D(+) et borne G(-) |

## 7°) Potentiel normal d'électrode $E°_i$ d'un couple rédox

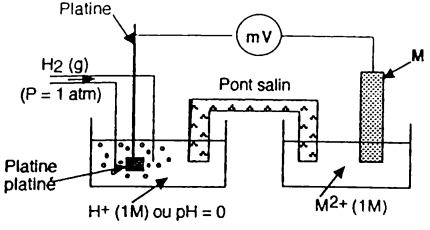
### a/ Définitions

• Le potentiel d'électrode E(Ox/Réd) d'un couple Rédox est par définition la f.é.m. de la pile constituée par l'électrode normale à hydrogène (E.N.H.) placée à gauche et le couple Rédox placé à droite.

On a donc utilisé une référence le couple ($H^+/H_2$) et suivant la réaction : a $Ox_i$ + $1/2H_2$ (g) $\rightleftharpoons$ $H^+$ + b $Réd_i$. En effet, $E = E_D - E_G = E_D - E_{ENH} = E° - 0{,}03 \log 1 = E° \Rightarrow E = E°(Ox/Réd)$

• Le potentiel **normal** d'électrode E°(Ox/Réd) d'un couple Rédox est par définition la f.é.m de la pile qui permet de définir le potentiel d'électrode quand $\Pi = 1$ ($\log\Pi = 0$). On dira qu'on est aux **conditions normales** ou **standard**.

### b/ Demi-pile à hydrogène (elle est placée à gauche)




$E = E_D - E_G = E - (0{,}06/2) \log[H^+]/[M^{2+}]P_{H_2} = E°$

puisque ($\log 1 = 0$) $[H^+] = [M^{2+}] = 1$ molL$^{-1}$ et la pression partielle de $H_2$ : $P_{H_2} = 1$ atm. En prenant comme référence $E°(H^+/H_2) = 0$ V on aura alors $E°(M^{2+}/M) = E°$.

Si $c = [M^{2+}] \neq 1$ molL$^{-1}$ on a $\mathbf{E_i = E°_i - 0{,}03 \log(1/[M^{2+}])}$

avec **Ei le potentiel d'électrode** du couple (Oxi/Rédi)

### c/ f.e.m. d'une pile :

La f.é.m. normale d'une pile est $\mathbf{E° = E°_D - E°_G}$

Ensuite pour des concentrations quelconques on aura la f.é.m.

**d'une pile :** $E = E_D - E_G$

$E = \{ E°_D - 0{,}03 \log(1/[M_D^{2+}]) \} - \{ E°_G - 0{,}03 \log(1/[M_G^{2+}]) \}$

$E = E° - (0{,}03).\log([M_G^{2+}/[M_D^{2+}]) = E° - (0{,}03).\log \Pi$

**8°) Comparaison des couples Rédox**

**a/** Soit l'équation de la réaction associée à une pile :

$$\mathbf{Ox_D + Réd_G \rightleftharpoons Réd_D + Ox_G}$$

équivalent à : $M_2^{2+} + M_1 \rightleftharpoons M_2 + M_1^{2+}$

**b/** • $E° > 0 \Leftrightarrow K > 1 \Rightarrow Ox_D$ plus fort que $Ox_G$
$Réd_G$ plus fort que $Réd_D$

• $E° < 0 \Leftrightarrow K < 1 \Rightarrow Ox_D$ plus faible que $Ox_G$
$Réd_G$ plus faible que $Réd_D$

**c/** • si E et E° sont de **mêmes signes** alors **l'oxydant** le plus **fort** réagit avec le réducteur le plus **fort**.

• si E et E° sont de **signes contraires** alors **l'oxydant** le plus **faible** réagit avec le réducteur le plus **faible**.

## Tests d'Assimilation

**1)** Soit la pile suivante : Pb | $Pb^{2+}$(1M) || $Cu^{2+}$(1M) | Cu où $E°(Pb^{2+}/Pb) = -0{,}13$ V et $E°(Cu^{2+}/Cu) = 0{,}34$ V.

**a)** L'électrode en Pb subit :
A : une oxydation ; B : un réduction ; C : rien

**b)** L'électrode en Pb est : A : le pôle (+) ; B : le pôle (-)

**c)** La molarité $[Pb^{2+}]$ :
A : augmente ; B : diminue ; C : reste constante

**d)** A : L'électrode en Cu subit un grossissement ; B : L'électrode en Pb subit un amincissement ; C : aucune variation.

**Réponses** : 1a A ; 1b B ; 1c A ; 1d (A,B)

# Addenda

# PHYSIQUE

# TRAVAIL ET ENERGIE

## A - Travail

### 1°) Force constante

• Une force est une grandeur caractéristique dotée de trois caractéristiques (direction, sens et intensité) et par conséquent une force F constante conserve sa direction, son sens et son intensité pendant le déplacement.

• Le travail d'une force constante est exprimé par :

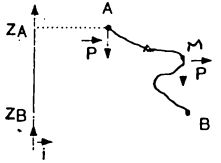
$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{AB} = \|\vec{F}\|.\|\vec{AB}\|.\cos(\vec{F},\vec{AB})$$

où $\|\vec{F}\|$ en N, $\|\vec{AB}\|$ en m et W en J.

• Le travail est une grandeur scalaire algébrique :

* $W > 0$ travail moteur
* $W < 0$ travail résistant
* $W = 0$ la force ne travaille pas (généralement lorsqu'elle est **perpendiculaire** au **déplacement**).

• Le travail du poids d'un corps s'écrit : $W(\vec{P}) = m.\|\vec{g}\|(z_A - z_B)$ (si l'axe est dirigé vers le bas on ajoute un signe -).




Cependant, on préfère une formule simplifiée pour le travail du poids en posant $h = |z_A - z_B|$ $\Leftrightarrow$ $W(\vec{P}) = \pm mgh$ avec un (+) dans la descente du solide et un (-) dans sa montée.

• Une force constante est une force conservative et par conséquent, le travail d'une force constante est indépendant du chemin suivi.

Le travail d'une force électrique appliquée à une charge électrique q en mouvement s'écrit : $W_{A\to B}(\vec{F}) = q.(V_A - V_B)$

### 2°) Force variable : (la tension $\vec{T}$ d'un ressort)

a/ La déformation d'un ressort est : $\Delta l = l - l_o$ où $l_o$ la longueur du ressort à vide et l sa longueur lorsque le solide est à la position M.

La déformation d'un ressort est une grandeur algébrique
si $\Delta l > 0$, la déformation est un allongement
si $\Delta l < 0$, la déformation est une compression
si $\Delta l = 0$, le ressort est au repos ($l = l_o$).

b/ Déplacement horizontal : l'origine à la position d'équilibre et l'axe est dirigé de l'extrémité fixe du ressort vers son extrémité mobile, alors : $\underset{A\to B}{W}(\vec{T}) = 1/2\ kx_A^2 - 1/2\ kx_B^2$

c/ Ressort non horizontal (vertical ou incliné) :

$$\underset{A\to B}{W}(\vec{T}) = 1/2\ k\Delta l_A^2 - 1/2\ k\Delta l_B^2$$

où $\Delta l_A = l_A - l_o$ et $l_A$ la longueur du ressort lorsque le solide est en A.

## B - Energie potentielle

### 1°) Energie potentielle de pesanteur

Système : {S + Terre} et :

- si l'axe est dirigé vers le haut : $Epp(z) = + m\|\vec{g}\|z + Epp(0)$
- si l'axe est dirigé vers le bas : $Epp(z) = - m\|\vec{g}\|.z + Epp(0)$

avec z : altitude du centre d'inertie du solide par rapport à un plan de référence et Epp(0) : énergie potentielle de pesanteur au point z = 0.

- Notons que lorsqu'on fait une application numérique :
  * Epp(z) > 0 si le solide au dessus du plan de référence et ceci quelquesoit le sens de l'axe.
  * Epp(z) < 0 si le solide au dessous du plan de référence et ceci quelquesoit le sens de l'axe.

### 2°) Energie potentielle élastique :

Système : {Ressort, Solide} et : $\mathbf{Epe(x) = 1/2.k.(\Delta l)^2}$ où $\Delta l$ est la déformation du ressort.

Si le ressort est horizontal ($\Delta l = x$) alors : $\mathbf{Epe(x) = 1/2.kx^2}$

### 3°) Variation de l'énergie potentielle

- L'énergie potentielle globale s'écrit : $\mathbf{Ep = Epp(z) + Epe(x)}$ et sa variation : $\Delta Ep = Ep_B - Ep_A = - \sum_{A\to B} W(\text{Forces int non dissipatives})$

- **Enoncé** : La **variation de l'énergie potentielle** d'un système déformable entre deux instants donnés est égale à **l'opposé** de la somme algébrique de tous les **travaux** indépendants du chemin

**suivi des forces intérieures non dissipatives** agissant sur les diverses parties du système entre ces deux mêmes instants.

• Notons que dans un système {Terre, Solide, Ressort}, le poids $\vec{P}$ et la tension $\vec{T}$ du ressort sont deux forces intérieures non dissipatives.

## C - Energie cinétique

### 1°) Solide en translation

**Ec = 1/2.mv²** où m : masse du solide (kg), v : la vitesse de son centre d'inertie ($m.s^{-1}$) et Ec : son énergie cinétique (J).

### 2°) Enoncé : théorème de l'énergie cinétique

La **variation** de **l'énergie cinétique** d'un système matériel déformable ou non entre deux instants $t_1$ et $t_2$ est égale à la somme algébrique des **travaux** de **toutes** les **forces** tant qu'extérieures qu'intérieures agissant sur les diverses parties du système entre ces deux mêmes instants.

**Expression** : $\Delta Ec = Ec_2 - Ec_1 = \sum W(\vec{F}\,ext) + \sum W(\vec{F}\,int)$

Avant d'appliquer ce théorème il faut :

- délimiter le système
- faire le bilan des forces
- préciser les 2 instants (ou les deux positions initiale et finale)

### 3°) Choc parfaitement élastique

• Système pseudo-isolé ⇔ conservation de la quantité de mouvement

$$\Leftrightarrow \Delta\vec{p} = \vec{0}.$$

• Choc parfaitement élastique ⇔ conservation de l'énergie cinétique

$$\Leftrightarrow \Delta Ec = 0.$$

## D - Energie mécanique

### 1°) Expression de l'énergie mécanique

**E = $E_M$ = Ec + Ep** où Ep = Epp(z) + Epe(x)

### 2°) Enoncé : théorème de la variation de l'énergie mécanique

La **variation** de **l'énergie mécanique** d'un système entre deux instants $t_1$ et $t_2$, est égale à la **somme** algébrique des **travaux** des **forces extérieures** et des **forces intérieures dissipatives**, agissant sur les diverses parties du système entre ces deux instants.

**Expression** : $\Delta E = E_2 - E_1 = \sum W(\vec{F}\,ext) + \sum W(\vec{F}\,int\ dissip)$

**Avant d'appliquer ce théorème il faut :**

- **délimiter le système**
- **faire le bilan des forces et les classer pour en déduire les forces intérieures dissipatives et les forces extérieures.**

### 3°) Conservation de l'énergie mécanique d'un système

• Si on a : $\sum W(\vec{F}\,ext) + \sum W(\vec{F}\,int\ dissip) = 0 \Rightarrow \Delta E = 0$ , dans ce cas l'énergie mécanique d'un système se conserve et le système est dit conservatif. **(E = Cte)**.

• Deux cas se présentent pour un système conservatif :

* soit il n'y a que des forces intérieures non dissipatives et on a :

$$\sum W(\vec{F}\,ext) = \sum W(\vec{F}\,int\ dissip) = 0$$

* soit dans le cas le plus général on a :

$$\sum W(\vec{F}\,ext) = -\sum W(\vec{F}\,int\ dissip) \neq 0$$

### 4°) Choc mou

• Après un choc mou (ou collision parfaitement inélastique), les deux solides deviennent solidaires l'un de l'autre.

• Il y a seulement conservation de la quantité de mouvement $\Delta\vec{p} = \vec{0}$ et on peut écrire : $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$.

• La **non conservation** de l'énergie cinétique se manifeste par une **perte** sous forme de chaleur et **$\Delta Ec < 0$**.

# Addenda

# LES PHENOMENES PERIODIQUES

## A - Grandeurs caractéristiques d'un phénomène périodique

### 1°) Définition

Un phénomène est dit **périodique** s'il se répète identiquement à lui-même à des intervalles de temps suucéssifs et égaux appelés période

### 2°) Période : (T)

La période d'un phénomène périodique est la durée d'une répétition. Elle est notée (T) et exprimée en secondes (s).

• Pour un mouvement circulaire ou de rotation, un tour constitue une répétition.

• Pour un mouvement oscillatoire ou vibratoire, une oscillation (ou va et vient ou bien encore une vibration) constitue une répétition (càd une période).

### 3°) Fréquence : (N)

Le nombre de répétitions par unité de temps définit la fréquence du phénomène périodique, notée N et exprimée en Hertz (Hz).

* Pendant une durée $t_1 = T$, on effectue **une** période

* Pendant une durée $t_2 = 1$ s, on effectue N périodes

$$\Rightarrow \quad N = 1/T \qquad \text{et} \qquad T = 1/N$$

Lorsque la fréquence est élevée on utilise les multiples :

$1kHz = 10^3$ Hz ; $1MHz = 10^6$ Hz ; $1GHz = 10^9$ Hz

### 4°) Amplitude

: c'est la valeur maximale (en valeur absolue) de la variable oscillante (Xm, Qm, Im, ...) caratérisant le phénomène périodique.

### 5°) La pulsation ω :

Pour un phénomène périodique sinusoïdal, la pulsation est définie comme suit : $\omega = 2\pi/T \quad = 2\pi N$ elle s'exprime en $rad.s^{-1}$, elle dépend de certaines caractéristiques du système.

## B - Méthodes d'analyse expérimentale d'un phénomène périodique

### 1°) Méthode mécanique (Enregistrement graphique)

A cause de divers frottements, on obtient des oscillations amorties et par conséquent, l'amplitude diminue au cours du temps.

Cependant, cette méthode d'enregistrement graphique est très utilisée dans le cas des mouvements oscillatoires lents de faibles

fréquences (ex : pendule élastique) ainsi que les mouvements périodiques entretenus.

**2°) Méthode optique**

Cette méthode convient pour les mouvements vibratoires (rapides) càd de fréquence élevée (vivration d'une lame métallique accrochée à un vibreur électrique). Pour la persistance des impressions lumineuses sur la rétine il faut que N > 10 Hz.

**3°) Méthode électrique** (Visualisation à l'oscilloscope électronique)

Le phénomène étudié doit être transformé en un signal électrique qui va être visualisé à l'oscilloscope cathodique.

Exs : Ondes acoustiques → Microphones → Oscillo

Vibrations mécaniques → Aimant / bobine → Oscillo ...

**4°) Stroboscopie**

Le stroboscope est une source lumineuse émettant des éclairs brefs, intenses et périodiques de fréquence $N_e$ réglable.

La période des éclairs ($T_e = 1/N_e$) doit être < 0,1 s durée de persistance des impressions lumineuses. ($N_e > 10\,Hz$)

La stroboscopie permet de :

* déterminer la fréquence d'un mouvement périodique rapide à partir des fréquences des éclairs.
* visualiser au ralenti un mouvement périodique rapide.

Deux cas peuvet se présenter :

**a) Immobilité apparente**

$$T_e = p.T \quad \text{ou} \quad N = p.N_e \quad \text{avec } p \in \mathbb{N}^* \text{ et}$$

Te : période des éclairs du stroboscope ; T: période du mouvement.
N : fréquence du mouvement ; Te : période des éclairs du stroboscope et Ne : fréquence des éclairs du stroboscope.

**b) Ralenti apparent**

$$(T_e \approx p.T) \qquad (N \approx p.N_e)$$

Si Te est légèrement différente de p.T (ou bien $N \approx p.N_e$) on observe un mouvement de **ralenti** :

* dans le **sens réel (ou direct)** si $N > p.N_e$ , $(T_e > T)$ et
* dans le **sens inverse** si $N \leq p.N_e$ $(T_e < T)$.

## Tests d'Assimilation

**1°)** Parmi les exemples suivants quels sont les phénomènes qui sont périodiques : A : Rotation de la Terre autour d'elle-même, B : Mouvement d'une aiguille d'une montre précise en marche normale, C : Battement du coeur, D : Rotation de la Terre autour du soleil, E : Rotation d'une roue de voiture en circulation, F : Pendule d'une montre murale (oscillation), G : Apparition d'un journal périodique, H : Tension alternative de la STEG, I : Coucher du soleil

**2°)**Un pendule élastique est constitué d'un solide (S) lié à un ressort (R). Un stylet (A) de faible inertie est fixé au solide (S). Lorsque le pendule est au repos, l'extrémité (A) du stylet appuie légèrement sur une feuille de papier millimétré (P) enroulé sur un cylindre enregistreur (C), entraîné par un moteur (M) dans un mouvement de rotation uniforme. Qu'obtient-on sur la feuille d'enregistrement pour les cas suivants ?

A : (S) et (C) au repos ; B : (S) fixe, (C) tourne; C : (S) oscille , (C) fixe ; D : (S) oscille, (C) tourne

**3°) Méthode optique :** Un rayon lumineux issu d'une source (S) tombe sur un petit miroir (m) collé à une lame vibrante (L), se réfléchit et vient rencontrer l'une des faces d'un miroir tournant (M) où il subit une nouvelle réflexion puis vient former un point lumineux sur un écran (E). qu'observe-t-on sur cet écran si :

A : (L) au repos et (M) en rotation uniforme ; B : (L) en vibration et (M) au repos ; C : (L) en vibration et (M) en rotation uniforme.

**4°)** On suit le mouvement d'une tache inscrite sur un pale d'un ventilateur. On constate qu'en faisant varier $N_e$, la plus grande fréquence des éclairs pour laquelle la tache paraît immobile vaut Ne = 27 Hz. A : En déduire la fréquence N du ventilateur, B : ainsi que les valeurs possibles de Ne.

**5°)** Après un enregistrement graphique sur une feuille (P) à l'aide d'un moteur tournant à 5 tr/min, on obtient à l'échelle 0,5 : un papier de longueur 9 cm contenant 4,5 sinusoïdes d'amplitude 7,5 cm. Déterminer A : Xm, B : T, C : N, D : $\omega$ et E : le rayon r du cylindre.

# LES PHENOMENES SINUSOIDAUX

## A - Cinétique d'un mouvement rectiligne

### 1°) Elongation : x

**$x = Xm \sin(\omega t+\varphi)$ c'est l'équation horaire**

où : **x** : élongation (m) ; **Xm** : amplitude ou élongation maximale (Xm toujours positif) ; $\omega$ : pulsation (rad.s$^{-1}$) ; $\varphi$ : phase initiale (à t = 0) en rad ; $(\omega t + \varphi)$ : phase instantanée (à l'instant t) en rad.
avec $\omega = 2\pi/T = 2\pi N$ et **$- Xm \leq x \leq Xm$**

### 2°) Vitesse instantanée : v

$v = dx/dt = \omega X_m \cos(\omega t+\varphi) = V_m\cos(\omega t+\varphi) = V_m\sin(\omega t+\varphi +\pi/2)$
La relation trigonométrique : $\sin^2(\omega t+\varphi) + \cos^2(\omega t+\varphi) = 1$, élimine le temps dans les expressions de x(t) et v(t) et donne : $x^2 + v^2/\omega^2 = X_m^2$
$\Leftrightarrow \omega^2x^2+v^2 = V_m^2 \Leftrightarrow v^2 = \omega^2(X_m^2 - x^2)$ et on déduit que $v^2 = f(x^2)$ est une droite de pente $-\omega^2$ et l'intersection avec les axes donne $X_m^2$ et $V_m^2$.

### 3°) Accélération : a

**$a = dv/dt = d^2x/dt^2 = -\omega^2X_m\sin(\omega t+\varphi)$ donc $a = -\omega^2x \Rightarrow d^2x/dt^2 + \omega^2x = 0$** : équation différentielle d'un oscillateur harmonique (non amorti) qui admet comme solution générale :
$x = X_m \sin(\omega t+\varphi)$

## B - Représentation de Fresnel

• A chaque fonction $y = \underline{a} \sin(\omega t + \varphi)$ on associe un **vecteur de Fresnel** $\overrightarrow{OA}$ de norme $\|\overrightarrow{OA}\| = a$ et d'argument $\varphi$ par rapport à une origine des phases ($\varphi = 0$). D'une façon générale la représentation de Fresnel se fait par abstraction de $\omega t$ (ou bien t = 0), puisqu'on étudie des mouvements synchrones.
• S'il y a plusieurs vecteurs à représenter leurs fonctions horaires doivent être toutes exprimées en sinus (ou en cosinus).

## C - Comparaison de deux mouvements sinusoïdaux synchrones notion de déphasage

### 1°) Notion de synchronisme

* Deux mouvements périodiques sont dits isochrones lorsqu'ils ont la même période.
* Ils sont dits **synchrones** lorsqu'ils ont la même période et se font en même temps.

### 2°) Déphasage entre deux mouvements : ($\Delta\varphi$)

• Soient deux mouvements synchrones d'équations :

$y_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ et $y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$. On définit le déphasage $\Delta\varphi$ de (2) par rapport à (1) : $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$

• A chaque déphasage $\Delta\varphi$ on peut correspondre un décalage horaire $\tau$ qui est la durée au bout de laquelle le vecteur en retard a balayé le secteur angulaire $\Delta\varphi$ et tel que : $|\Delta\varphi| = \omega\tau$. On peut écrire aussi :

$\Delta\varphi = -\omega\Delta t = \varphi_2 - \varphi_1 = -\omega(t_2 - t_1)$ où $(-\pi \leq \Delta\varphi \leq \pi)$

Si $y_2$ est en avance de phase par rapport à $y_1$, alors $y_1$ est retard de phase par rapport à $y_2$. D'une façon générale :

* $\Delta\varphi > 0$ $y_2$ est en **avance** de phase par rapport à $y_1$
* $\Delta\varphi < 0$ $y_2$ est en **retard** de phase par rapport à $y_1$
* $\Delta\varphi = 0$ $y_1$ et $y_2$ sont en **concordance de phase.**

### 3°) Valeurs particulières de déphasages

* $\Delta\varphi = 2k\pi \Leftrightarrow$ Mouvements en **concordance de phase**
* $\Delta\varphi = \pi + 2k\pi \Leftrightarrow$ Mouvements en **opposition de phase**
* $\Delta\varphi = \pi/2 + k\pi \Leftrightarrow$ Mouvements en **quadrature** de phase
* $\Delta\varphi = \pi/2 + 2k\pi \Leftrightarrow$ Mouvements en **quadrature avance** de phase
* $\Delta\varphi = -\pi/2 + 2k\pi \Leftrightarrow$ Mouvements en **quadrature retard** de phase

## D - Composition de deux mouvements sinusoïdaux synchrones

Soient : $y_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ et $y_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$, On montre que $y = y_1 + y_2$ où $y = A \sin(\omega t + \phi)$

### 1°) Cas où $a_1 = a_2 = a$ :

$\phi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$ et $A = 2a|\cos[(\varphi_2 - \varphi_1)/2]|$

- $\cos[(\varphi_2 - \varphi_1)/2] > 0$, $A = 2a \cos[(\varphi_2 - \varphi_1)/2]$ et $\phi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$
- $\cos[(\varphi_2 - \varphi_1)/2] < 0$, $A = -2a\cos[(\varphi_2 - \varphi_1)/2]$ et $\phi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2 + \pi$

**2°) Cas où $a_1 \neq a_2$**

$A = \sqrt{[a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)]}$

$tg\phi = (a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2) / (a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2)$

## E- LE COURANT SINUSOIDAL

### 1°) Courant alternatif

C'est un courant électrique périodique qui change de sens deux fois par période (deux alternances) tout en transportant, alternativement, dans un sens et dans l'autre des quantités d'électricité égales en valeurs absolue ($Q_1 = |Q_2|$ ou bien encore : $Q_1 + Q_2 = 0$). Comme $i = dq/dt$, on montre mathématiquement que l'aire entre la courbe $i = f(t)$ et l'axe des temps représente la quantité d'électricité Q ;

### 2°) Courant sinusoïdal

C'est un courant **alternatif** tel que : $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$

### 3°) Tension sinusoïdale : $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$

### 4°) Valeurs efficaces

**a)** tension efficace : $U = U_m/\sqrt{2}$ **b)** intensité efficace: $I = I_m/\sqrt{2}$

**c)** L'intensité efficace I est la valeur que devrait avoir un courant continu pour produire dans le même résistor et pendant la même durée le même dégagement de chaleur par effet joule.

**d)** Le voltmètre et l'ampèremètre à cadran ne mesurent que des valeurs efficaces en courant alternatif.

# Addenda

# LES OSCILLATEURS HARMONIQUES (OU OSCILLATEURS LIBRES NON AMORTIS)

## A - INTRODUCTION

* Lorsqu'un phénomène physique se produit au voisinage d'un état d'équilibre stable d'un système, celui-ci s'appelle oscillateur.
* Les **oscillations** sont des mouvements de **part et d'autre** d'une **position d'équilibre stable.**
* **L'énergie potentielle** passe par son **minimum** lorsque l'oscillateur passe par sa **position d'équilibre stable.**
* Lorsque l'oscillateur est libre (pas de forces extérieures) et n'est soumis à aucun phénomène dissipatif (pas de forces intérieures dissipatives) $\Delta E = 0$, l'amplitude des oscillations libres reste constante, on dit qu'il est non amorti, sa fréquence propre est constante c'est l'oscillateur harmonique.

## B - OSCILLATEURS MECANIQUES LIBRES NON AMORTIS (Les pendules élastiques)

### 1°) Equation différentielle

(Méthode dynamique)

• A l'équilibre : $\vec{P} + \vec{T_0} = \vec{0}$ $\left(\text{on a ici } \alpha = \frac{\pi}{2}\right)$

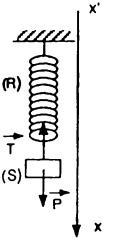
Projection sur xx' : $mlg\sin\alpha - kx_0 = 0$

• En mouvement : $\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}$

Projection sur xx': $(\sin\alpha = 1)$

$mlg\sin\alpha - k(x+x_0) = m.d^2x/dt^2 \Leftrightarrow -kx = m.d^2x/dt^2$

$\Leftrightarrow dx^2/dt^2 + (k/m).x = 0.$




### 2°) Equation horaire de mouvement

$dx^2/dt^2 + (k/m).x = 0$ c'est l'équation différentielle d'un **oscillateur harmonique mécanique** de solution générale : $x = X_m\sin(\omega_0 t+\varphi)$ et le solide aura un mouvement de translation rectiligne sinusoïdale de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, de période propre $T_0 = 2\pi.\sqrt{m/k}$ et de fréquence propre $N_0 = 1/2\pi.\sqrt{k/m}$.

La vitesse instantanée $v = dx/dt = \omega_0 X_m\cos(\omega_0 t+\varphi) =$

$V_m\cos(\omega_0 t+\varphi) = V_m\sin(\omega_0 t+\varphi+\pi/2)$ avec $V_m = \omega_0 X_m$.

L'accélération : $a = dv/dt = d^2x/dt^2 = -\omega_0^2 X_m\sin(\omega_0 t+\varphi) = -\omega_0^2 x$

Pour déterminer l'équation horaire càd $X_m$ et $\varphi$ il faut connaître des conditions initiales $\sin\varphi = x(0)/X_m$ et $\cos\varphi = v(0)/V_m$. On pourra aussi profiter de la relation : $x^2 + v^2/\omega^2 = X_m^2$.

### 3°) Etude énergétique

système {Solide, Ressort, Terre}

Les forces $\vec{P}$ et $\vec{T}$ sont des forces intérieures non dissipatives $\Rightarrow$ le système est conservatif ($\Delta E = 0$) $\Rightarrow E = Cte \Rightarrow dE/dt = 0$

Pendant le mouvement : $E = E_{pp} + E_{pe} + E_c$

$= -mlg\|x + Ep(0) + 1/2\ k(x+x_0)^2 + 1/2\ mv^2$

On suppose qu'à la position d'équilibre on a $x = 0$ et $Epp = 0 \Rightarrow Ep(0) = 0$ et $E = 1/2\ mv^2 + 1/2\ kx^2 + 1/2\ kx_0^2 + kx_0x - mlg\|x$ et on peut simplifier grâce à la condition d'équilibre pour avoir :

$E = 1/2\ mv^2 + 1/2\ kx^2 + 1/2\ kx_0^2 = Cte \Rightarrow dE/dt = 0 \Leftrightarrow mva + kxv = 0$

$\Leftrightarrow d^2x/dt^2 + k/m.x = 0.$

### 4°) Les courbes et leur exploitation

#### a) Etude en fonction de x:

$Ep = 1/2\ kx^2 + 1/2\ kx_0^2$ et $Ec = 1/2\ mv^2 = E - Ep = 1/2\ kX_m^2 - 1/2\ kx^2$

les courbes $Ep = f(x)$ et $Ec = g(x)$ sont des paraboles

les courbes $Ep = f(x^2)$ et $Ec = g(x^2)$ sont des droites de pente $\pm 1/2\ k$

#### b) Etude en fonction du temps

$Ep = 1/2\ kX_m^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi) + 1/2\ kx_0^2 = 1/2\ mV_m^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi) + 1/2\ kx_0^2$

et $Ec = 1/2\ mV_m^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi) = 1/2\ kX_m^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)$

les courbes $Ep = f(t)$ et $Ec = g(t)$ sont des sinusoïdes de période $T = T_0/2$.

#### c) Energie mécanique E

$E = 1/2\ kX_m^2 + 1/2\ kx_0^2 = 1/2\ mV_m^2 + 1/2\ kx_0^2 = Cte.$

$E = Ep_{max}$ toujours, mais ce n'est pas le cas pour $Ec_{max}$.

L'énergie d'un pendule élastique non amorti (O.H) est constante. En fait le système {S + R} est pseudo-isolé et la tension T est une force intérieure non dissipative ($\Delta E = 0$).

Cette constance de l'énergie totale E est assurée par la transformation mutuelle de l'énergie potentielle $E_p$ et l'énergie cinétique $E_c$ en effet : $E_p + E_c = E$ donc si Ep ↓ alors Ec ↑ et inversement.

• **Déplacement dans le sens positif**

| -Xm | x < 0 | 0 | x > 0 | Xm |
|---|---|---|---|---|
| x = -Xm | x ↑ et \|x\|↓ | x = 0 | x↑ et \|x\| ↑ | x = Xm x |
| $Ep = Ep_{max}$ | Ep↓ | Ep = 0 | Ep ↑ | $Ep = Ep_{max}$ |
| v = 0 | \|v\|↑ | v = Vm | \|v\|↓ | v = 0 |
| Ec = 0 | Ec ↑ | $Ec = Ec_{max}$ $= 1/2\ mV_m^2$ | Ec↓ | Ec = 0 |
| $E = Ep_{max}$ $=1/2kX_m^2+1/2kx_0^2$ | E = Cte | $E=1/2mV_m^2+1/2\ kx_0^2$ | E = Cte | $E = Ep_{max}$ $=1/2kX_m^2+1/2kx_0^2$ |

• **Déplacement dans le sens négatif**

| x -Xm | x < 0 | 0 | x > 0 | Xm |
|---|---|---|---|---|
| x = -Xm | x↓ et \|x\|↑ | x = 0 | x↓ et \|x\|↓ | x = Xm |
| $Ep = Ep_{max}$ | Ep↑ | Ep = 0 | Ep ↓ | $Ep = Ep_{max}$ |
| v = 0 | \|v\|↓ | v = Vm | \|v\|↑ | v = 0 |
| Ec = 0 | Ec ↓ | $Ec = Ec_{max}$ $= 1/2\ mV_m^2$ | Ec↑ | Ec = 0 |
| $E = Ep_{max}$ $=1/2kX_m^2+1/2kx_0^2$ | E = Cte | $E=1/2mV_m^2+1/2\ kx_0^2$ | E = Cte | $E = Ep_{max}$ $=1/2kX_m^2+1/2kx_0^2$ |

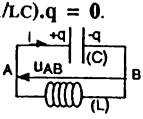
# C - OSCILLATEURS ELECTRIQUES NON AMORTIS (Les Circuits L,C)

## 1°) Equation différentielle (Rappels)

- Loi des mailles : $\sum u_i = 0$
- Loi des branches : $u_{AB} = u_{AC} + u_{CD} + u_{DB}$
  la flèche tension $u_{AB}$ se dirige de B vers A.
- Loi d'Ohm : $u_R = \pm R.i$
  (+) si les flèches tension et intensité sont opposées
  et (-) si elles sont de même sens.
- Tension aux bornes d'un condensateur : $u_C = \overset{\pm}{q/C}$
- Tension aux bornes d'une bobine :
  $u_B = r\,i - e$ ; avec : $e = -L\,di/dt$ ; $u_B = \overset{\pm}{(L\,di/dt + r\,i)}$;
  si $r = 0$ on aura $u_B = L\,di/dt$
- Relation entre intensité de courant et charge : $i = \pm dq/dt$
  (+) si le courant i **rentre** par la plaque (+q)
  et (-) si le courant i **rentre** par la plaque (-q) càd sort par (+q).
- Equation différentielle : $u_{AA} = u_{AB} + u_{BA} = 0$ càd : $u_C + u_L = 0 \Leftrightarrow$ $q/C + L\,di/dt = 0$ or $i = dq/dt \Leftrightarrow \mathbf{dq^2/dt^2 + (1/LC).q = 0}$.

## 2°) Equation horaire de la charge q

$\mathbf{dq^2/dt^2 + (1/LC).q = 0}$ c'est l'équation différentielle d'un **oscillateur harmonique électrique** de solution générale :




$\mathbf{q = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)}$ de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{(1/LC)}$, de période propre $T_0 = 2\pi.\sqrt{(LC)}$ et de fréquence propre $N_0 = 1/2\pi.\sqrt{(1/LC)}$.

L'intensité du courant $i = dq/dt = \omega_0 Q_m \cos(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$
$= I_m \sin(\omega_0 t + \varphi + \pi/2)$ avec $I_m = \omega_0 Q_m$.

## 3°) Etude énergétique

**L'énergie électrique** totale **E** appelée encore **énergie électromagnétique** est répartie en deux énergies (comme en mécanique), une énergie (**Ee**) électrostatique emmagasinée dans le condensateur et une énergie magnétique (**Em**) emmagasinée dans la bobine (vues en 3è année).

$\mathbf{E_e = 1/2.q^2/C}$ ; $\mathbf{E_m = 1/2.L.i^2}$ et $\mathbf{E = E_e + E_m = 1/2.q^2/C + 1/2.L.i^2}$.

Dans un circuit L,C il n'y a pas de phénomènes dissipatifs (puisqu'il n'y a pas de résistors et les fils de connection sont de résistance négligeable) ⇒ le système est conservatif ($\Delta E = 0$) ⇒ $E = Cte$ ⇒ $dE/dt = 0$. ⇔ $L.i.di/dt + kq.i = 0$ ⇔ $dq^2/dt^2 + (1/LC).q = 0$.
Cette constance de l'énergie totale E est assurée par la transformation mutuelle de l'énergie électrostatique $E_e$ et l'énergie magnétique $E_m$ en effet : $E_e + E_m = E$ donc si $E_e$ ↓ alors $E_m$ ↑ et inversement.

### 4°) Les courbes et leur exploitation

**a) Etude en fonction de q:**

$E_e = 1/2.q^2/C$ ; $E_m = E - E_e = 1/2.Qm^2/C - 1/2.q^2/C = 1/2.(Qm^2 - q^2)/C$.
les courbes $E_e = f(q)$ et $E_m = g(q)$ sont des paraboles,
les courbes $E_e = f(q^2)$ et $E_m = g(q^2)$ sont des droites de pente $\pm 1/2C$

**b) Etude en fonction du temps**

$E_e = 1/2(Qm^2/C).\sin^2(\omega_0 t+\varphi) = 1/2L.Im^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi)$

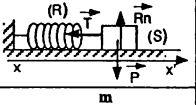
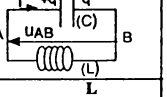
et $E_m = 1/2LIm^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi) = 1/2(Qm^2/C).\cos^2(\omega_0 t+\varphi)$
les courbes $E_e = f(t)$ et $E_m = g(t)$ sont des sinusoïdes de période $T = T_0/2$.

**c) Energie électrique E**

$E = 1/2(Qm^2/C) = 1/2L.Im^2 = Cte$. ⇔ $E = E_{e_{max}} = Em_{max}$ toujours.

## D - ANALOGIE : MECANIQUE - ELECTRIQUE

### 1°) Analogie Formelle

| | | Oscillateur Mécanique | Oscillateur Electrique |
|---|---|---|---|
| Schémas | |   |   |
| Grandeurs Caractéris - tiques | Coefficient d'inertie | m | L |
| | Coefficient de rappel | k | 1/C |
| Grandeurs Oscillantes | | x<br>v = dx/dt | q<br>I = dq/dt |

## 2°) Tableau Comparatif

| | Oscillateur Mécanique | Oscillateur Electrique |
|---|---|---|
| Equation différentielle | $m\,d^2x/dt^2 + kx = 0$ | $L\,d^2q/dt^2 + 1/C.q = 0$ |
| Pulsation propre | $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ | $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ |
| Période propre | $T_0 = 2\pi.\sqrt{m/k}$ | $T_0 = 2\pi.\sqrt{(LC)}$ |
| Equation horaire | $x = X_m\sin(\omega_0 t+\varphi)$ | $q = Q_m\sin(\omega_0 t+\varphi)$ |
| | $v = V_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ | $i = I_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ |
| | $V_m = \omega_0 X_m$ | $I_m = \omega_0 Q_m$ |
| Energies | $Ec = 1/2\ mv^2$ | $Em = 1/2\,L.i^2$ |
| | $Ep = 1/2\ kx^2$ | $Ee = 1/2.q^2/C$ |
| | $E = Ep + Ec$<br>$E = Ep_{max}$ | $E = Ee + Em$<br>$E = Ee_{max} = Em_{max}$ |

# Addenda

# LES OSCILLATIONS LIBRES AMORTIES

## A - ETUDE QUALITATIVE

### 1°) Introduction

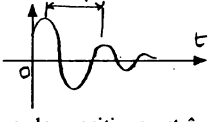
* En pratique les oscillateurs libres s'arrêtent d'osciller après un certain temps. En effet, les oscillations sont atténuées (l'amplitude n'est plus constante, elle diminue) à cause des phénomènes dissipatifs (frottements solide/solide ; frottements visqueux: solide/liquide ou solide/gaz ; résistance de l'air, effet Joule,...)
* Un oscillateur amorti est un oscillateur libre soumis à des phénomènes dissipatifs, son amplitude diminue au cours du temps.
* La **dissipation** est due aux **frottements** dans l'oscillateur **mécanique**, et à la **résistance** (ou **effet Joule**) dans l'oscillateur **électrique**
* Le système n'est plus conservatif ($\Delta E \pm 0$) et plus précisément $\Delta E < 0$ ou bien $dE/dt < 0$.

### 2°) Différents régimes d'oscillations amorties

Selon l'importance de l'amortissement on distingue trois types ou régimes :

**a°) Régime pseudopériodique (ou sous-critique)**

C'est le cas où l'amortissement est faible On obtient toujours des oscillations de part et d'autre de la position d'équilibre stable, mais non sinusoïdales et d'amplitude qui diminue.




Le passage par la position d'équilibre ou par les positions extrêmes est périodique. On dit qu'on est en régime pseudo-périodique de période T légèrement supérieure à la période propre $T_0$ de l'oscillateur harmonique $T \geq T_0$ ou bien $\omega \leq \omega_0$ ; T s'appelle **pseudopériode.**

Plus l'amortissement est important, plus T augmente.

Exemples : balançoire, oscillations d'un ressort, porte de saloon, ...

**b) Régime apériodique (ou hyper-critique)**

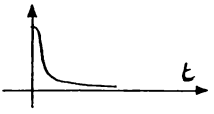
C'est le cas où l'amortissement devient fort et il arrive un moment où le système n'oscille plus et reprend son état d'équilibre lentement (sans effectuer aucune oscillation)

Ex: porte de supermarché,...

**c) Régime critique**

C'est un régime intermédiaire (ou limite) entre les deux régimes précédents où le système revient le plus rapidement possible à la position d'équilibre.

Ex: amortisseur de voiture.

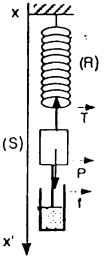



## B - OSCILLATEURS MECANIQUES LIBRES AMORTIS (Les pendules élastiques avec frottement visqueux)

### 1°) Equation différentielle

(Méthode dynamique)

En supposant que le frottement est du type visqueux (solide/fluide), càd solide/liquide ou solide/gaz ; et qui s'écrit : $\vec{f} = -h\vec{v}$ où $h > 0$ appelé **coefficient de frottement en N.s.m$^{-1}$ ou bien en kg.s$^{-1}$**.




On reprend l'oscillateur mécanique étudié précédemment on aura : $\vec{P} + \vec{T} + \vec{f} = m.\vec{a}$

Projection sur : xx' : $m\|\vec{g}\| - k(x + x_0) - hv = m.dx^2/dt^2$

or $v = dx/dt \Rightarrow$ **$m.d^2x/dt^2 + h.dx/dt + kx = 0$**

c'est l'équation différentielle de l'oscillateur amorti.

- En posant **$m/h = \tau$** on peut retrouver l'équation réduite :

  **$d^2x/dt^2 + 1/\tau.dx/dt + \omega_0^2 x = 0$**

- L'équation différentielle en (v) s'écrit : **$dv/dt + h.v + k\int v.dt = 0$**

### 2°) Etude énergétique

- $E(t) = 1/2\ mv^2 + 1/2\ kx^2 + 1/2\ kx_0^2 \Rightarrow dE/dt = mva + kxv$

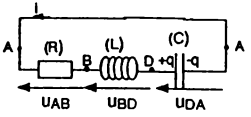
$dE/dt = v.(ma + kx) = v\ (-hv)$ d'où **$dE/dt = -h\ v^2 < 0$**

il y a dissipation ou perte d'énergie sous forme de chaleur.

- Physiquement, dE/dt représente la puissance instantanée dissipée dans le système.

## C - OSCILLATEURS ELECTRIQUES AMORTIS

### 1°) Equation différentielle




• Equation différentielle :

$u_{AA} = u_{AB} + u_{BD} + u_{DA} = 0$

càd : $u_R + u_L + u_C = 0 \Leftrightarrow$

$Ri + Ldi/dt + q/C = 0$

or $i = dq/dt \Leftrightarrow$ $\mathbf{L.dq^2/dt^2 + Rdq/dt + (1/C).q = 0.}$

L'équation différentielle d'un oscillateur amorti électrique s'écrit :

$$\mathbf{d^2q/dt^2 + (R/L).dq/dt + (1/LC).q = 0}$$

• En posant $\mathbf{L/R = \tau}$ et $1/LC = \omega_0^2$ ; l'équation différentielle réduite en (q) s'écrit : $\mathbf{d^2q/dt^2 + 1/\tau.dq/dt + \omega_0^2 q = 0}$

• L'équation différentielle en **i** s'écrit : $\mathbf{L.di/dt + R.i + 1/C\int i.dt = 0}$

### 2°) Etude énergétique

$E = Ee + Em = 1/2.q^2/C + 1/2.L.i^2$. le système n'est plus conservatif ($\Delta E \neq 0$) et $dE/dt < 0$. En effet, $dE/dt = L.i.di/dt + q/C.i = i.(di/dt + q/C) = i.(-Ri)$ d'où $\mathbf{dE/dt = -Ri^2 < 0}$

il y a dissipation ou perte d'énergie sous forme de chaleur.

• Physiquement, dE/dt représente la puissance instantanée dissipée par effet Joule dans le système.

## D - ANALOGIE : MECANIQUE - ELECTRIQUES

| Oscillateur mécanique amorti | Oscillateur électrique amorti |
|---|---|
| $m.d^2x/dt^2 + h.dx/dt + kx = 0$ | $L.dq^2/dt^2 + Rdq/dt + (1/C).q = 0.$ |
| $d^2x/dt^2 + (h/m).dx/dt + (k/m).x = 0$ | $d^2q/dt^2 + (R/L).dq/dt + (1/LC).q = 0$ |
| $\tau = m / h$ | $\tau = L / R$ |
| $d^2x/dt^2 + 1/\tau.dx/dt + \omega_0^2 x = 0$ | $d^2q/dt^2 + 1/\tau.dq/dt + \omega_0^2 q = 0$ |
| $m.dv/dt + h.v + k\int v.dt = 0$ | $L.di/dt + R.i + 1/C.\int i.dt = 0$ |
| $E(t) = Ep + Ec = 1/2.kx^2 + 1/2.m.v^2$ | $E(t) = Ee + Em = 1/2.q^2/C + 1/2.L.i^2$ |
| $dE/dt = -h\,v^2 < 0$ | $dE/dt = -Ri^2 < 0$ |

# Addenda

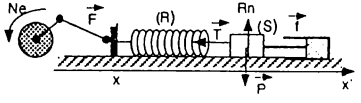
# LES OSCILLATIONS MECANIQUES FORCES EN REGIME SINUSOIDAL (RESONANCE D'AMPLITUDE)

Pour **entretenir** les oscillateurs amortis (càd garder leur amplitude constante) on leur applique régulièrement des **excitations** et on dira que l'oscillateur est **forcé**.

## A - EQUATION DIFFERENTIELLE

### 1°) Schéma

En supposant que le frottement est du type **visqueux** qui s'écrit : $\vec{f} = -h\vec{v}$ où $h > 0$




appelé coefficient de frottement en $N.s.m^{-1}$ ou bien en $kg.s^{-1}$.

Un moteur de fréquence Ne réglable permet d'exercer une force variable $\vec{F} = F\vec{i}$ qui peut s'écrire sous la forme : $F = F_m\sin(\omega_e t+\varphi_F)$, $\omega_e = 2\pi N_e$ et $\varphi_e = \varphi_F$.

### 2°) Relation fondamentale de la dynamique

$$\vec{P} + \vec{Rn} + \vec{T} + \vec{f} + \vec{F} = m.\vec{a} \ ;$$

Projection sur : xx' : $0 + 0 - kx - hv + F = m.dx^2/dt^2$ or $v = dx/dt$

$\Rightarrow$ $\mathbf{m.d^2x/dt^2 + h.dx/dt + kx = F_m\sin(\omega_e t+\varphi_F)}$.

c'est l'équation différentielle d'un oscillateur forcé mécanique de solution générale : $x = X_m\sin(\omega_e t+\varphi_X)$ et (S) aura un mouvement rectiligne sinusoïdal. $X_m$, $\varphi_X$ et $V_m$ dépendent de la pulsation de l'excitateur $\omega_e$. On pose $\Delta\varphi = \varphi_X - \varphi_e = \varphi_X - \varphi_F$ et on a :

$X_m = F_m / \sqrt{[h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]}$ ; $tg\Delta\varphi = h\omega_e/(m\omega_e^2 - k)$

$-\pi < \Delta\varphi = \varphi_X - \varphi_F < 0 \ \forall \ \omega_e$ $\Delta\varphi$ est négatif et l'élongation **x** est **toujours en retard de phase** par rapport à la **force excitatrice F**. On dira aussi que le **résonateur** (l'oscillateur) est en **retard** de phase par rapport à **l'excitateur**.

Notons aussi que : $\sin\Delta\varphi = h\omega_e / \sqrt{[h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]}$ et

$\cos\Delta\varphi = (k - m\omega_e^2) / \sqrt{[h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]}$

## B - METHODE TRIGONOMETRIQUE

$x = X_m\sin(\omega_e t+\varphi_x)$ ; $v = V_m\cos(\omega_e t+\varphi_x)$ avec $V_m = \omega_e X_m$

$a = -\omega_e^2 X_m\sin(\omega_e t+\varphi_x)$ l'équation différentielle devient :

$X_m[(k - m\omega_e^2)\sin(\omega_e t+\varphi_x)+h\omega_e\cos(\omega_e t+\varphi_x)] = F_m\sin(\omega_e t+\varphi_F)$

le développement des formules trigonométriques donne :

$\sin\omega_e t X_m[(k - m\omega_e^2)\cos\varphi_x - h\omega_e\sin\varphi_x] + \cos\omega_e t X_m[(k - m\omega_e^2)\sin\varphi_x$

$+h\omega_e\cos\varphi_x] = \sin\omega_e t.F_m\cos\varphi_F + \cos\omega_e t.F_m\sin\varphi_F$ identité qui donne :

, $X_m[(k - m\omega_e^2)\cos\varphi_x - h\omega_e\sin\varphi_x] = F_m\cos\varphi_F$ (1)

$X_m[(k - m\omega_e^2)\sin\varphi_x + h\omega_e\cos\varphi_x] = F_m\sin\varphi_F$ (2) par élimination on obtient :

$h\omega_e X_m = F_m\sin(\varphi_x - \varphi_F)$ (3) et $X_m(k - m\omega_e^2) = F_m\cos(\varphi_x - \varphi_F)$ (4)

• (3)/(4) donne : $tg(\varphi_x - \varphi_F) = h\omega_e/(m\omega_e^2 - k)$ (5)

• $(3)^2 + (4)^2$ donne : $X_m = F_m/\sqrt{[h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]}$ (6)

• (3) donne : $\sin(\varphi_x - \varphi_F) = h\omega_e/\sqrt{[h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]}$ (7)

• (4) donne : $\cos(\varphi_x - \varphi_F) = (k - m\omega_e^2)/\sqrt{[h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]}$ (8)

## C - METHODE OU REPRESENTATION DE FRESNEL

**1°) <u>Cas où $\omega_e < \omega_0$</u> ( $k > m\omega_e^2$)**

$-\pi/2 < \Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_F \le 0$

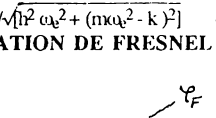
$tg\Delta\varphi = (-).(h\omega_e X_m)/(kX_m - m\omega_e^2 X_m)$

$= h\omega_e/(m\omega_e^2 - k)$

$(h\omega_e X_m)^2 + (kX_m - m\omega_e^2 X_m)^2 = F_m^2$

$X_m^2.[(h\omega_e)^2 + (k - m\omega_e^2)^2] = F_m^2$

alors : $X_m = F_m/\sqrt{[h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]}$




**2°) <u>Cas où $\omega_e > \omega_0$</u> ( $k < m\omega_e^2$)**

$-\pi \le \Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_F < -\pi/2$

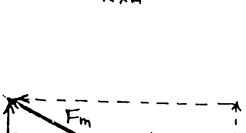
$tg\Delta\varphi = (+).(h\omega_e X_m)/(m\omega_e^2 X_m - kX_m)$

$= h\omega_e/(m\omega_e^2 - k)$

$(h\omega_e X_m)^2 + (m\omega_e^2 X_m - kX_m)^2 = F_m^2$

$X_m^2.[(h\omega_e)^2 + (m\omega_e^2 - k)^2] = F_m^2$

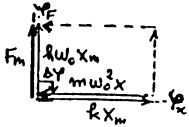
alors : $X_m = F_m/\sqrt{[h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]}$



**3°) Cas où $\omega_e = \omega_0$** ($k = m\omega_e^2$)

$\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_F = -\pi/2$

**x est en quadrature retard par rapport à F ou bien F est en quadrature avance par rapport à x**




et $X_m = F_m/(h\omega_0)$

or $\varphi_v = \varphi_x + \pi/2$ alors : $\varphi_x - \varphi_v = -\pi/2$ d'où :

$\varphi_v = \varphi_F$ on conclut que v est en phase par rapport à F.

**4°) Transformation de variables**

• En posant $m/h = \tau$ et $\omega_0^2 = k/m$ on peut retrouver l'équation **réduite :** $d^2x/dt^2 + 1/\tau.dx/dt + \omega_0^2 x = (F_m/m).\sin(\omega_e t+\varphi_F)$.

$X_m = F_m/m.\sqrt{[\omega_e^2/\tau^2 + (\omega_e^2 - \omega_0^2)^2]}$ $\quad tg\Delta\varphi = \omega_e/\tau\,(\omega_e^2 - \omega_0^2)$

avec $\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_F$

• Remarquons qu'on peut écrire l'équation différentielle en (v) :

$$m.dv/dt + h.v + k\int v.dt = F_m\sin(\omega_e t+\varphi_F).$$

**5°) Etude de l'énergie**

• $E(t) = 1/2\ mv^2 + 1/2\ kx^2 \Rightarrow dE/dt = m.v.a + k.x.v$

$dE/dt = v.(ma + kx)$ or $m.a + h.v + k.x = F$

d'où **$dE/dt = F.v - h\ v^2$**

• Physiquement, dE/dt représente la puissance instantanée reçue algébriquement par le résonateur.

$E(t) = 1/2\ kX_m^2\sin^2(\omega_e t+\varphi_x) + 1/2\ mV_m^2\cos^2(\omega_e t+\varphi_x)$ avec $V_m = \omega_e X_m$ or :

$\omega_0^2 = k/m$ càd : $k = m\omega_0^2$ on obtient :

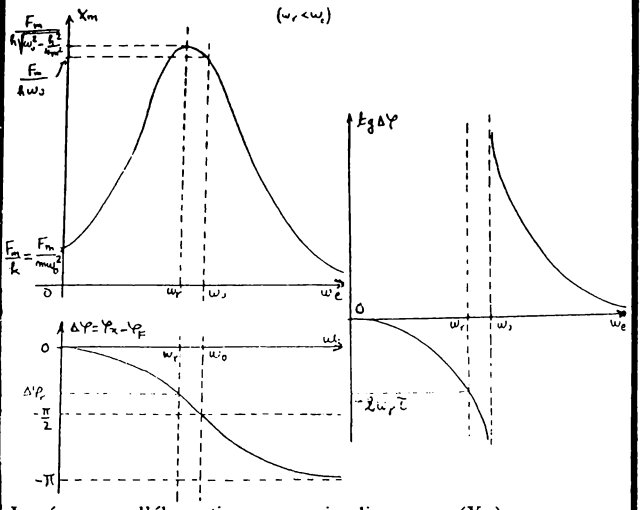
$E(t) = 1/2\ mX_m^2[\omega_0^2\sin^2(\omega_e t+\varphi_x) + \omega_e^2\cos^2(\omega_e t+\varphi_x)]$

E(t) dépend du temps (sauf pour $\omega_e = \omega_0$ où E = Cte)

## D - ETUDE DE LA RÉSONANCE

**1°) Résonance d'élongation**

L'étude des fonctions $X_m$, $\Delta\varphi$ et $tg\Delta\varphi$ en fonction de $\omega_e$ donne : les courbes ci-contre.




La résonance d'élongation $\omega_e = \omega_r$ implique que : $(X_m)_{max}$ ;

$(\sqrt{[h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]})_{min}$ ; $[h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]_{min}$ ;

$d(h^2\omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2)/d\omega_e = 0$ ; $2h^2\omega_e + 2(m\omega_e^2 - k).(2\,m\omega_e) = 0$ ;

$2\omega_r[h^2 + 2m(m\omega_e^2 - k) = 0$ ; $[h^2 + 2m(m\omega_e^2 - k) = 0$ ; $\omega_r^2 = \omega_0^2 - h^2/2m^2$

ou bien : $\omega_r^2 = \omega_0^2 - 1/2\tau^2$ or $\omega_r = 2\pi N_r$ alors $N_r^2 = N_0^2 - 1/8\pi^2\tau^2$

**2°) <u>Effet de l'amortissement h sur la résonance</u>**

**a/** Condition de résonance :

$\omega_r^2 = \omega_0^2 - h^2/2m^2 \geq 0 \Leftrightarrow \omega_0^2 \geq h^2/2m^2 \Rightarrow h^2 \leq 2m^2\omega_0^2 \Rightarrow h \leq h_0$

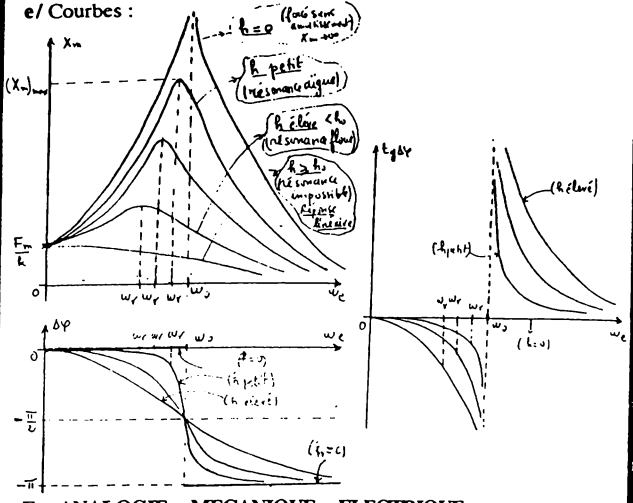
avec $\omega_0^2 = k/m$ et $h_0 = \sqrt{2}m\omega_0 = \sqrt{(2mk)} = \sqrt{2}k/\omega_0$

**b/** $\tau = m/h \Rightarrow h \uparrow \Leftrightarrow \tau \downarrow$

**c/** $\omega_r^2 = \omega_0^2 - h^2/2m^2 \geq 0 \Rightarrow h \uparrow \Leftrightarrow \omega_r \downarrow$

**d/** $(X_m)_{rés} = X_m(\omega_e = \omega_r) = F_m/m\sqrt{[\omega_0^2 - h^2/4m^2]} \Rightarrow h \uparrow \Leftrightarrow X_m \downarrow$

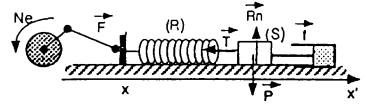
e/ Courbes :

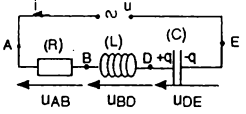



## E - ANALOGIE : MECANIQUE - ELECTRIQUE

La résonance d'élongation ou d'amplitude est en analogie avec la résonance de charge :

| Oscillateur mécanique | Oscillateur électrique |
|---|---|
| RESONANCE D'ELONGATION (x) OU D'AMPLITUDE (Xm ) | RESONANCE DE CHARGE (q) OU DE CHARGE MAXIMALE (Qm) |



c'est un pendule élastique avec amortissement h et excitation sinusoïdale

$$m.d^2x/dt^2 + h.dx/dt + k.x = F$$

$$m.dv/dt + h.v + k.\int v.dt = F$$

Excitateur : Force sinusoïdale

$$F = F_m \sin(\omega_e t + \varphi_e)$$

$$x = X_m \sin(\omega_e t + \varphi_x)$$

$$v = dx/dt = V_m \cos(\omega_e t + \varphi_x)$$

$$V_m = \omega_e X_m$$

$X_m$, $\varphi_x$ et $V_m$ dépendent de $\omega_e$

$$X_m = F_m / \sqrt{[h^2 \omega_e^2 + (m\omega_e^2 - k)^2]}$$

$$tg\Delta\varphi = h\omega_e / (m\omega_e^2 - k)$$

$$-\pi < \Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_F < 0 \quad \forall\ \omega_e$$

l'élongation x est toujours en retard de phase par rapport à la force excitatrice F

$$X_m = F_m / m.\sqrt{[\omega_e^2/\tau^2 + (\omega_e^2 - \omega_0^2)^2]}$$

$$tg\Delta\varphi = \omega_e / \tau(\omega_e^2 - \omega_0^2)$$

$$\tau = m / h \text{ et } \omega_0^2 = k/m$$

$$E(t) = Ep + Ec = 1/2.kx^2 + 1/2.m.v^2$$

E(t) dépend du temps (sauf pour $\omega_e = \omega_0$ où E = Cte)

A la résonance d'élongation où $\omega_r \leq \omega_e$

$$\omega_r^2 = \omega_0^2 - h^2/2m^2 = \omega_0^2 - 1/2\tau^2$$

$$X_m = F_m / h\sqrt{[\omega_0^2 - h^2/4m^2]}$$

$$X_m = F_m / m\sqrt{[\omega_0^2 - 1/2\tau^2]}$$

condition de résonance : $h \leq h_0$

$$h_0 = \sqrt{2}m\omega_0 = \sqrt{(2mk)} = \sqrt{2}k/\omega_0$$

c'est un circuit électrique avec amortissement R et excitation sinusoïdale

$$L.dq^2/dt^2 + R.dq/dt + (1/C).q = u$$

$$L.di/dt + R.i + 1/C.\int i.dt = u$$

Excitateur : Tension sinusoïdale

$$u = U_m \sin(\omega_e t + \varphi_e)$$

$$q = Q_m \sin(\omega_e t + \varphi_q)$$

$$i = dq/dt = I_m \cos(\omega_e t + \varphi_q)$$

$$I_m = \omega_e Q_m$$

$Q_m$, $\varphi_q$ et $I_m$ dépendent de $\omega_e$

$$Q_m = U_m / \sqrt{[R^2 \omega_e^2 + (L\omega_e^2 - 1/C)^2]}$$

$$tg\Delta\varphi = R\omega_e / (L\omega_e^2 - 1/C)$$

$$-\pi < \Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_u < 0 \quad \forall\ \omega_e$$

la charge q est toujours en retard de phase par rapport à la tension excitatrice u

$$Q_m = U_m / L.\sqrt{[\omega_e^2/\tau^2 + (\omega_e^2 - \omega_0^2)^2]}$$

$$tg\Delta\varphi = \omega_e / \tau(\omega_e^2 - \omega_0^2)$$

$$\tau = L / R \text{ et } \omega_0^2 = 1/(LC)$$

$$E(t) = Ee + Em = 1/2.q^2/C + 1/2.L.i^2$$

E(t) dépend du temps (sauf pour $\omega_e = \omega_0$ où E = Cte)

A la résonance de charge où $\omega_r \leq \omega_e$

$$\omega_r^2 = \omega_0^2 - R^2/2L^2 = \omega_0^2 - 1/2\tau^2$$

$$Q_m = U_m / R\sqrt{[\omega_0^2 - R^2/4L^2]}$$

$$Q_m = U_m / R\sqrt{[\omega_0^2 - 1/2\tau^2]}$$

condition de résonance : $R \leq R_0$

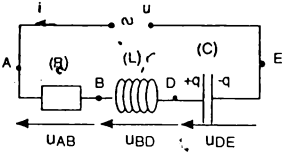
$$R_0 = \sqrt{2}L\omega_0 = \sqrt{(2L/C)} = \sqrt{2}(C\omega_0)$$

# *Addenda*

# LES OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCES EN REGIME SINUSOIDAL (RESONANCE D'INTENSITE)

## A - EQUATION DIFFERENTIELLE

### 1°) Schéma




L'excitateur est un générateur de tension **u** sinusoïdale de fréquence $N_e$ réglable et telle que : $u = U_m \sin(\omega_e t + \varphi_e)$. $\omega_e = 2\pi N_e$ et $\varphi_e = \varphi_u$.

### 2°) Loi des mailles

• Equation différentielle : $u_{AA} = u_{AE} + u_{ED} + u_{DB} + u_{BA} = 0$

càd : $u - u_C - u_L - u_R = 0 \Leftrightarrow u - q/C - ri - L.di/dt - Ri = 0$

or $i = dq/dt \Leftrightarrow L.d^2q/dt^2 + Rdq/dt + (1/C).q = u$ ($R = R_r + r$)

$\Leftrightarrow$ **$L.di/dt + R.i + (1/C).\int i.dt = U_m \sin(\omega_e t + \varphi_u)$.**

c'est l'équation différentielle d'un oscillateur forcé électrique de solution générale : $i = I_m \sin(\omega_e t + \varphi_i)$ et le circuit est soumis à un courant (alternatif) sinusoïdal. $\varphi_i$ et $I_m$ dépendent de la pulsation de l'excitateur $\omega_e$. On pose $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_e = \varphi_i - \varphi_u$ et on a :

**$I_m = U_m / Z$ avec $Z = \sqrt{[R^2 + (L\omega_e - 1/C.\omega_e)^2]}$ : impédance;**

**$tg\Delta\varphi = (1/C.\omega_e - L\omega_e) / R$ ; $\cos\Delta\varphi = R / Z$ ;**

**$\sin\Delta\varphi = (1/C.\omega_e - L\omega_e) / Z$ ; $-\pi/2 \le \Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u \le \pi/2$**

## B - METHODE TRIGONOMETRIQUE

• $L.di/dt + R.i + (1/C).\int i.dt = U_m \sin(\omega_e t + \varphi_u)$ ; $i = I_m \sin(\omega_e t + \varphi_i)$ ;

$q = -I_m/\omega_e.\cos(\omega_e t + \varphi_i)$, $di/dt = I_m \omega_e \cos(\omega_e t + \varphi_i)$, $u = U_m \sin(\omega_e t + \varphi_u)$

• L'équation différentielle donne :

$I_m[R.\sin(\omega_e t + \varphi_i) + (L\omega_e - 1/C.\omega_e).\cos(\omega_e t + \varphi_i)] = U_m \sin(\omega_e t + \varphi_u)$

$I_m.si(\omega_e t.[R.\cos\varphi_i - (L\omega_e - 1/C.\omega_e).\sin\varphi_i] + I_m.\cos\omega_e t.[R.\sin\varphi_i + (L\omega_e - 1/C.\omega_e).\cos\varphi_i] = U_m \sin\omega_e t.\cos\varphi_u + U_m \cos\omega_e t.\sin\varphi_u)$

identité qui donne : $I_m[R\cos\varphi_i + (L\omega_e - 1/C\omega_e)\sin\varphi_i] = U_m\cos\varphi_u$ (1)

$I_m[R\sin\varphi_i - (1/C\omega_e - L\omega_e)\cos\varphi_i] = U_m\sin\varphi_u$ (2)

l'élimination donne : $I_m(1/C\omega_e - L\omega_e) = U_m\sin(\varphi_i - \varphi_u)$ (3)

$I_m R = U_m\cos(\varphi_i - \varphi_u)$ (4)

(3)/(4) donne : $tg(\varphi_i - \varphi_u) = (1/C\omega_e - L\omega_e)/R$ (5)

$(3)^2 + (4)^2$ donne : $I_m = U_m/\sqrt{[R^2 + (1/C\omega_e - L\omega_e)^2]}$ (6)

(3) donne : $\sin(\varphi_i - \varphi_u) = (1/C\omega_e - L\omega_e)/\sqrt{[R^2 + (1/C\omega_e - L\omega_e)^2]}$ (7)

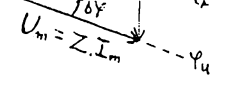
• (4) donne : $\cos(\varphi_i - \varphi_u) = R/\sqrt{[R^2 + (1/C\omega_e - L\omega_e)^2]}$ (8)

## C - METHODE OU REPRESENTATION DE FRESNEL

1°) Cas où $\omega_e < \omega_0$ ( $L\omega_e < 1/C\omega_e$) circuit capacitif

$0 < \Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u < +\pi/2$

i est en avance de phase par rapport à u (ou bien u est en retard de phase par rapport à i).




$tg\Delta\varphi = (+).(I_m/C\omega_e - L\omega_e I_m)/RI_m$

donc : $tg\Delta\varphi = (1/C\omega_e - L\omega_e)/R$

$(RI_m)^2 + (I_m/C\omega_e - L\omega_e I_m)^2 = U_m^2$

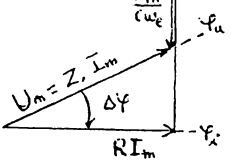
$I_m^2.[(R^2 + (1/C\omega_e - L\omega_e)^2] = U_m^2$

alors : $I_m = U_m/\sqrt{[(R^2 + (1/C\omega_e - L\omega_e)^2]}$ on pose **l'impédance électrique** Z du circuit : $Z = \sqrt{[(R^2 + (1/C\omega_e - L\omega_e)^2]}$ d'où : $U_m = Z I_m$ et $U_m/\sqrt{2} = Z I_m/\sqrt{2}$ alors $U = Z I$

2°) Cas où $\omega_e > \omega_0$ ( $L\omega_e > 1/C\omega_e$) circuit inductif

$-\pi/2 < \Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u < 0$

i est en retard de phase par rapport à u (ou bien u est en avance de phase par rapport à i).




$tg\Delta\varphi = (-).(L\omega_e I_m - I_m/C\omega_e)/RI_m$

donc : $tg\Delta\varphi = (1/C\omega_e - L\omega_e)/R$

$(RI_m)^2 + (L\omega_e I_m - I_m/C\omega_e)^2 = U_m^2$

$I_m^2.[(R^2 + (L\omega_e - 1/C\omega_e)^2] = U_m^2$

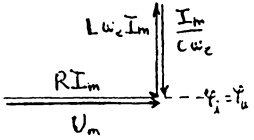
alors : $I_m = U_m / \sqrt{[R^2 + (1/C.\omega_e - L\omega_e)^2]}$

**3°) Cas où $\omega_e = \omega_0$ ( $L\omega_e = 1/C.\omega_e$) circuit résistif**

$\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u = 0$

**i et u sont en concordance de phase** $Z = R$

alors : $I_m = U_m / R$




**4°) Transformation de variables**

• En posant $L/R = \tau$ et $\omega_0^2 = 1/L.C$ on peut retrouver l'équation différentielle **réduite** :

$$di/dt + (R/L).i + (1/LC).\int i dt = (U_m/L).\sin(\omega_e t+\varphi_u).$$

**d'où :** $di/dt + 1/\tau.i + \omega_0^2.\int i dt = (U_m/L).\sin(\omega_e t+\varphi_u)$.

$I_m = U_m / L.\sqrt{[1/\tau^2 + (\omega_e - \omega_0^2/\omega_e)^2]}$ ; $tg\Delta\varphi = \tau\,(\omega_0^2/\omega_e - \omega_e)$

avec $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$

• Remarquons qu'on peut écrire l'équation différentielle en (q) :

$$L.dq^2/dt^2 + R.dq/dt + (1/C).q = U_m.\sin(\omega_e t+\varphi_u).$$

**5°) Etude de l'énergie**

• $E(t) = Ee + Em = 1/2.q^2/C + 1/2.L.i^2 \Rightarrow dE/dt = L.i.di/dt + (1/C).q.i$

$dE/dt = i.(L.di/dt + (1/C).q)$ or $L.di/dt + R.i + q/C = u$

**d'où** $dE/dt = u.i - R\,i^2$

• Physiquement, dE/dt représente la puissance instantanée reçue algébriquement par le résonateur.

$E(t) = 1/2\,(1/C)Q_m^2\cos^2(\omega_e t+\varphi_i) + 1/2\,LI_m^2\sin^2(\omega_e t+\varphi_i)$

avec $I_m = \omega_e Q_m$. or : $\omega_0^2 = (1/LC)$ càd : $(1/C) = L\omega_0^2$ on obtient :

$E(t) = 1/2\,LI_m^2[\omega_0^2\cos^2(\omega_e t+\varphi_i) + \omega_e^2\sin^2(\omega_e t+\varphi_i)]$

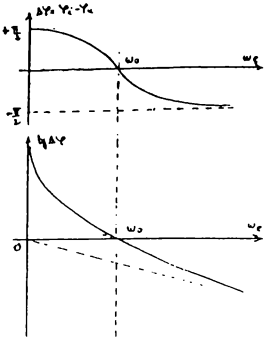
E(t) dépend du temps (sauf pour $\omega_e = \omega_0$ où E = Cte et le système sera dans ce cas conservatif càd $\Delta E = 0$ et $dE/dt = 0$).

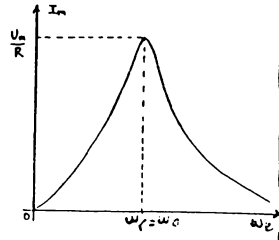
## D - ETUDE DE LA RESONANCE

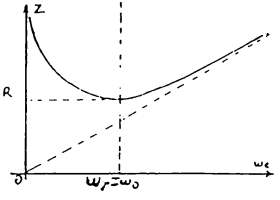
**1°) Résonance d'intensité**

L'étude des fonctions $I_m$, $\Delta\varphi$ , $tg\Delta\varphi$ et Z en fonction de $\omega_e$ donne :

les courbes ci-contre.







La résonance d'intensité $\omega_e = \omega_r$ implique qu'il y a un maximum de $I_m$, alors la dérivée $dI_m/d\omega_e = 0$ or $I_m = U_m / \sqrt{[(R^2 + (1/C.\omega_e - L\omega_e)^2]}$ ; $(I_m)_{max}$ signifie que $(\sqrt{[(R^2 + (1/C.\omega_e - L\omega_e)^2]})_{min}$ ; soit $Z_{min}$ ou bien : $[(R^2 + (1/C.\omega_e - L\omega_e)^2]_{min}$ ; càd $(1/C.\omega_e - L\omega_e) = 0$ ce qui donne : $\omega_r^2 = 1/LC = \omega_0^2$ or $\omega_r = 2\pi N_r$ alors $N_r = N_0$

**2°) Récapitulation**

| $(\omega_e < \omega_0)$ | $\omega_e = \omega_0$ | $(\omega_e > \omega_0)$ $\omega_e \rightarrow$ |
|---|---|---|
| $L\omega_e < 1/C.\omega_e$ | $L\omega_e = 1/C.\omega_e$ | $L\omega_e > 1/C.\omega_e$ |
| $LC\omega_e^2 < 1$ | $LC\omega_e^2 = 1$ | $LC\omega_e^2 > 1$ |
| circuit capacitif | circuit résistif | circuit inductif |
| $0 < \Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u < \pi/2$ | $\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u = 0$ | $-\pi/2 < \Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u < 0$ |
| i en avance % à u | i et u sont en phase | i en retard % à u |
| $Z > R$ | $Z = R$ | $Z > R$ |

(Résonance d'intensité)

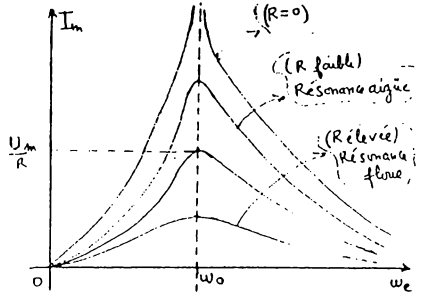
**3°) Effet de l'amortissement R sur la résonance**

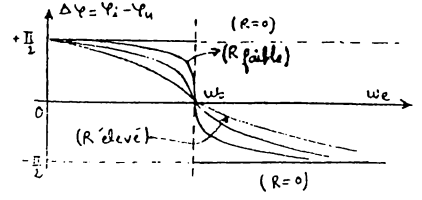
**a/** $\omega_r^2 = \omega_0^2 = 1/LC \Leftrightarrow \omega_r$ est indépendant de R

**b/** $\tau = L/R \Rightarrow R \uparrow \Leftrightarrow \tau \downarrow$

**c/** $(I_m)_{rés} = I_m(\omega_e = \omega_r) = I_m(\omega_e = \omega_0) = U_m/R \Rightarrow R \uparrow \Leftrightarrow I_m \downarrow$

**d/** Courbes :




**4°) Surtension**

On définit le facteur de qualité comme étant : $Q = U_{Cm} / U_m$ et on s'intéressera uniquement à Q à la résonance d'intensité où $\omega_e = \omega_0$ et Q s'appelle **facteur de surtension**

$\Rightarrow$ **$Q = U_{Cm} / U_m = 1/(RC\omega_0) = L\omega_0 / R = 1/R\sqrt{(L/C)}$**

Plus R est faible (résonance aigüe) plus Q est élevé

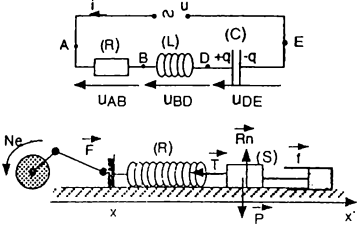
**Exemple** : pour un résistor R = 91 Ω et L = 1,45 H ; C = 7 μF ;

N = 50 Hz et U = 220 V, on a Q = 5. $U_c$ = 1100 V (surtension)

## E - ANALOGIE : ELECTRIQUE - MECANIQUE

- La résonance d'intensité est en analogie avec la résonance de vitesse.
- Les résonances d'intensité et de vitesse conduisent à la résonance de **puissance**

| Oscillateur électrique<br>RESONANCE D'INTENSITE (Im) | Oscillateur mécanique<br>RESONANCE DE VITESSE (Vm) |
|---|---|




| c'est un circuit électrique avec amortissement R aux bornes d'un générateur sinusoïdale | c'est un pendule élastique avec amortissement h soumis à une force excitatrice sinusoïdale |
|---|---|
| $L.di/dt + R.i + 1/C.\int i.dt = u$ | $m.dv/dt + h.v + k.\int v.dt = F$ |
| Excitateur : Tension sinusoïdale | Excitateur : Force sinusoïdale |
| $u = U_m\sin(\omega_e t+\varphi_u)$ | $F = F_m\sin(\omega_e t+\varphi_F)$ |
| $i = I_m\sin(\omega_e t+\varphi_i)$ | $v = V_m\sin(\omega_e t+\varphi_v)$ |
| avec $I_m = \omega_e Q_m$ et $I_m = U_m/Z$ | avec $V_m = \omega_e X_m$ et $V_m = F_m/Z$ |
| et Z : impédance électrique | et Z : impédance mécanique |
| $Z = \sqrt{[R^2 + (1/C.\omega_e - L\omega_e)^2]}$ | $Z = \sqrt{[h^2 + (k/\omega_e - m\omega_e)^2]}$ |
| $Z \geq R$ | $Z \geq h$ |
| $I_m$, $\varphi_i$ et Z dépendent de $\omega_e$ | $V_m$, $\varphi_v$ et Z dépendent de $\omega_e$ |
| $I_m = U_m/\sqrt{[R^2 + (L\omega_e - 1/C\omega_e)^2]}$ | $V_m = F_m/\sqrt{[h^2 + (m\omega_e - k/\omega_e)^2]}$ |
| $I_m = U_m/L\sqrt{[1/\tau^2 + (\omega_e - \omega_0^2/\omega_e)^2]}$ | $V_m = F_m/m\sqrt{[1/\tau^2 + (\omega_e - \omega_0^2/\omega_e)^2]}$ |
| $tg\Delta\varphi = (1/C.\omega_e - L\omega_e)/R$ | $tg\Delta\varphi = (k/\omega_e - m.\omega_e)/h$ |
| $tg\Delta\varphi = \tau(\omega_0^2/\omega_e - \omega_e)$ | |
| $\cos\Delta\varphi = R/Z$ | $\cos\Delta\varphi = h/Z$ |

$$\cos\Delta\varphi = 1/\tau.\sqrt{[1/\tau^2 + (\omega_e - \omega_0^2/\omega_e)^2]}$$

$\sin\Delta\varphi = (1/C.\omega_e - L\omega_e)/Z$ $\qquad$ $\sin\Delta\varphi = (k/\omega_e - m.\omega_e)/Z$

$$\sin\Delta\varphi = (\omega_0^2/\omega_e - \omega_e)/\sqrt{[1/\tau^2 + (\omega_e - \omega_0^2/\omega_e)^2]}$$

$$-\pi/2 < \Delta\varphi < \pi/2$$

$\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ $\qquad$ $\Delta\varphi = \varphi_v - \varphi_F$

$\tau = L/R$ et $\omega_0^2 = 1/(LC)$ $\qquad$ $\tau = m/h$ et $\omega_0^2 = k/m$

$E(t) = Ee + Em = 1/2.q^2/C + 1/2.L.i^2$ $\qquad$ $E(t) = Ep + Ec = 1/2.kx^2 + \frac{1}{2}m.v^2$

E(t) dépend du temps (sauf pour $\omega_e = \omega_0$ où E = Cte)

Puissance moyenne P

$P = 1/2.U_m.I_m\cos\Delta\varphi = UI\cos\Delta\varphi$ $\qquad$ $P = 1/2.F_m.V_m\cos\Delta\varphi$

$P = 1/2.R.I_m^2 = RI^2 = 1/2.R.U_m^2/Z^2$ $\qquad$ $P = 1/2.h.V_m^2 = 1/2.hF_m^2/Z^2$

A la résonance **d'intensité** $\qquad$ A la résonance de **vitesse**

où $\omega_e = \omega_r = \omega_0$

$Z = R$ ; $LC\omega_0^2 = 1$ $\qquad$ $Z = h$ ; $m\omega_0^2/k = 1$

$I_m = U_m/R$ $\qquad$ $V_m = F_m/h$

$\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u = 0$ $\qquad$ $\Delta\varphi = \varphi_v - \varphi_F = 0$

**i** et **u** sont en **phase** $\qquad$ **v** et **F** sont en **phase**

le facteur de **surtension** Q $\qquad$ le facteur de **qualité** Q

$Q = U_{Cm}/U_m = L\omega_0/R = \sqrt{(L/C)}/R = 1/(RC\omega_0)$ $\qquad$ $Q = m\omega_0/h = \sqrt{(mk)}/h = k/h\omega_0$

On a aussi une résonance de puissance

$P_{max} = 1/2.U_m.I_m$ $\qquad$ $P_{max} = 1/2.F_m.V_m$

$P_{max} = 1/2.U_m^2/R = 1/2.R.I_m^2$ $\qquad$ $P_{max} = 1/2.h.V_m^2 = 1/2.F_m^2/h$

$P_{max} = UI = RI^2 = U^2/R$

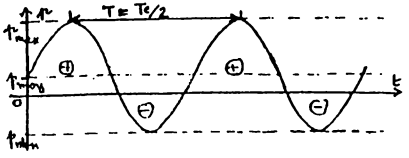
## F - PUISSANCE ELECTRIQUE

### 1°) Puissance instantanée p

On définit la puissance instantanée p = p(t), reçue par le résonateur (oscillateur) comme étant : **p = u.i** ce qui donne :

$p = U_m I_m \sin(\omega_e t+\varphi_i)\sin(\omega_e t+\varphi_u)$

donc $p = U_m I_m[\cos(\varphi_i - \varphi_u) - \cos(2\omega_e t + \varphi_u + \varphi_i)]\frac{1}{2}$




- $T = 2\pi/\omega = 2\pi/2\omega_e = \pi/\omega_e = T_e/2$
- $p_{max} = U_m I_m[\cos\Delta\varphi + 1]\cdot\frac{1}{2} = U_m I_m \cos^2\Delta\varphi/2 = UI\cos^2\Delta\varphi/2$ ×2

  $p_{min} = U_m I_m[\cos\Delta\varphi - 1]\cdot\frac{1}{2} = U_m I_m \sin^2\Delta\varphi/2 = -UI\sin^2\Delta\varphi/2$ ×2

  $p_{moy} = 1/2.(p_{max} + p_{min}) = 1/2.U_m I_m \cos\Delta\varphi = UI\cos\Delta\varphi > 0.$

On dira qu'il y a toujours transfert de l'énergie de l'exitateur vers le résonateur et ceci pour compenser les pertes dues à la dissipation.

**2°) Puissance moyenne P**

La puissance moyenne reçue par le résonateur est appelée aussi puissance active ou puissance réelle. Elle représente la valeur moyenne prise par la puissance instantanée sur un période Te du courant alternatif traversant le circuit.

$$\mathbf{P = U.I.cos\Delta\varphi}$$

$\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ ; $\cos\Delta\varphi$ : facteur de puissance ;

UI : puissance apparente (Pa) en V.A. ;

P : puissance moyenne ( ou active) en W.

- Comme $U = ZI$ et $\cos\Delta\varphi = R/Z$ alors : $\mathbf{P = RI^2}$.

La puissance absorbée dans le résonateur est répartie sur les différents éléments du circuit : $P = P_R + P_C + P_L = P_R + 0 + 0$

Puisque $P_D = U_D.I.\cos(\varphi_i - \varphi_{uD})$ et $(\varphi_i - \varphi_{uD}) = \pm\pi/2$ pour L et C.

On dira alors que cette puissance moyenne est consommée par effet Joule.

# Addenda

# LES ONDES PROGRESSIVES

## A - PROPAGATION D'UN EBRANLEMENT

### 1°) Conditions de propagation

**a/ Milieu élastique :**

C'est un milieu déformable capable de reprendre sa "forme" initiale lorsque les causes de déformation cessent d'exister.
(Ex: ressort ; code tendue ; ressort comprimé;...)

**b/ Ebranlement :**

C'est une déformation locale dans un milieu élastique dans lequel elle va se propager.
Ex1 : corde tendue (une dimension) on a une seule direction de propagation
Ex2 : surface libre de l'eau (deux dimensions) on a une infinité de directions de propagation.

**c/ Types d'ébranlements :**

* Transversal où la direction de la déformation est perpendiculaire à celle de la propagation. Ex: corde ; ondes sur la surface de l'eau.
* Longitudinal où la direction de la déformation est parallèle à celle de la propagation. Ex: ressort ; son.

**d/ Célérité :**

Lorsque le milieu élastique est homogène, la vitesse de propagation est constante et nommée célérité **c** et la distance **x** parcourue par l'onde pendant une durée **t** s'écrit : $x = c.t$

* La célérité ne dépend ni de la forme, ni du sens du mouvement ni de l'amplitude de l'ébranlement.
* La célérité ne dépend que de la nature du milieu : (des caractéristiques telles que : pression ; température ; tension ; dimension ; densité...)

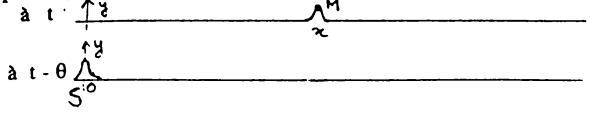
Ex1: Corde tendue : $c = \sqrt{\|\vec{F}\| / \mu}$ où $\mu$ la masse linéique de la corde de masse **m** et de longueur **l** ($\mu = m/l$) $\|\vec{F}\|$ la tension appliquée à l'une des extrémités de la corde.

Ex2: Eau de faible profondeur **h** : $c \approx \sqrt{\|\vec{g}\| h}$

### 2°) Principe de propagation

La déformation acquiert au système de l'énergie emmagasinée sous forme d'énergie potentielle élastique qui se transforme en énergie cinétique cédée à la zone la plus voisine et ainsi de suite la

propagation de l'ébranlement engendre un transport d'énergie sans transport de matière. Ce processus est traduit mathématiquement par l'équation : $y_M(t) = y_S(t - \theta)$ avec $\theta = x / c$




Ainsi en M la corde subit la même déformation que l'extrémité O mais avec un retard θ.

On dit aussi que M reproduit le mouvement de la source O mais avec un retard θ. On peut écrire alors : $y(t,x) = y(t-\theta,0) = y(t - x/c,0)$.

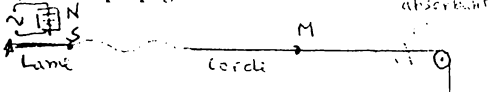
Attention : la propagation d'un ébranlement s'accompagne d'un transport d'énergie et non pas de matière.

## B - PROPAGATION D'UNE ONDE SINUSOIDALE ENTRETENUE:

- Une onde est une succession périodique d'ébranlements identiques.
- L'ébranlement le plus avancé constitue le **front** d'onde.
- On appelle une onde **progressive** celle qui s'éloigne de la source.
- Une onde **réfléchie** est celle qui se rapproche de la source.
- Dans le programme en cours, on ne considère que les ondes transversales.

### I Cas d'une onde unidimensionnelle

1°) Milieu propagateur : corde



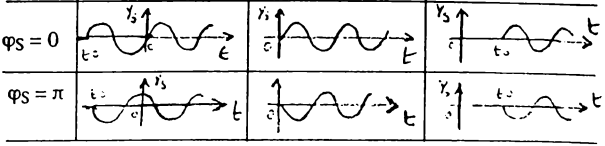

On utilise le milieu absorbant pour éviter la réflexion des ondes issues de S. On évitera ainsi, les superpositions des ondes et par conséquents les phénomènes d'interférence et d'ondes stationnaires.

**2°) Equation horaire relative à la source**

La source commence à vibrer (vers le haut ou vers le bas) à un instant noté $t_0$. $y_S = a \sin(\omega t + \varphi_S)$ pour $t_0 \geq 0$

et $y_S = 0$ pour $t_0 \leq 0$.

Etant donné que $t_0$ a une valeur algébrique, six cas peuvent se présenter alors :




**3°) Equation horaire d'un point M relative à la source**

On suppose que $y_S = a \sin(\omega t + \varphi_S) \Rightarrow y_M = a \sin(\omega t + \varphi_M)$

or $y_M(t) = y_S(t - \theta) = a \sin \omega(t - \theta) = a \sin \omega(t - x/c)$

on pose $\omega = 2\pi/T$ et $\lambda = cT$ longueur d'onde $\Rightarrow$

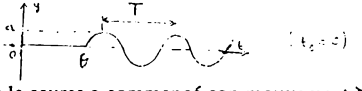
$$y_M = a \sin 2\pi(t/T - x/\lambda + \varphi_S) = a \sin(\omega t - 2\pi x/\lambda + \varphi_S)$$

avec $\varphi_M = -2\pi x/\lambda + \varphi_S$ et $x / \lambda = \Delta t / T = \theta / T$.

c'est une fonction à double variable t et x càd à double période

**4°) Sinusoïde des temps**

Lorsqu'on fixe x (càd on étudie la vibration y d'un point M en fonction du temps) $y = f(t)$, on obtient une sinusoïde de période de temps T :




On n'oublie pas que la source a commencé son mouvement à $t_0$

$y_M = a \sin(\omega t + \varphi_M)$ pour $t \geq \theta + t_0$

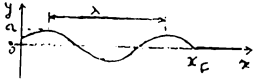
et $y_M = 0$ pour $t_0 \leq t \leq \theta + t_0$.

$\varphi_M = -2\pi x/\lambda + \varphi_S = Cte.$

le déphasage par rapport à la source $\varphi_S - \varphi_M = 2\pi x/\lambda = 2\pi\theta/T$

## 5°) Sinusoïde d'espace

Lorsqu'on fixe t et on fait varier x (càd on étudie l'élongation y de tous les points M de la corde) y = f(x), on obtient une sinusoïde de période d'espace λ.




(c'est une photo de la corde, on dit aspect de la corde)

Calculons la distance fictive d parcourue par l'onde à l'instant t (On n'oublie pas que la source a commencé son mouvement à $t_0$) : $x_F = c.(t - t_0)$ , en comparant $x_F$ à l (la longueur de la corde), deux cas peuvent se présenter :

- $d \leq l$ alors : $y_M = a \sin ( - 2\pi x/\lambda + \alpha)$ pour $0 \leq x \leq x_F$
  et $y_M = 0$ pour $x_F \leq x \leq l$ (avec forme de la corde au repos)

  (avec $\alpha = 2\pi t/T + \varphi_S = Cte$).
- $d \geq l$ alors : $y_M = a \sin ( - 2\pi x/\lambda + \alpha)$ pour $0 \leq x \leq l$

  (càd toute la corde est déformée ou en état de vibration).

Notons que $x_F$ est l'abscisse du **front d'onde** et pour tracer rapidement la sinusoïde d'espace, il suffit de connaître la valeur de $x_F$ et de savoir si le front d'onde est une crête ($\varphi_S = 0$) ou un creux ($\varphi_S = \pi$) pour extrapoler la sinusoïde des espaces (de période λ) jusqu'à l'abscisse de la source (on exprimera $x_F$ en nombre de périodes λ).

Remarques:

- On a négligé l'amortissement (a = cte) si non $a \leq a_0$
- Définition : La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période de temps T.
- Lorsque l'onde pénètre dans un milieu différent, elle change de célérité et par conséquent de longueur d'onde λ (c = λ.T) par contre : T et N restent invariants puisque T(onde) = T(excitateur) = T.
- En lumière ordinaire : on observe une bande floue de largeur 2a et de longueur l.

• En lumière stroboscopique : on observe la corde sous forme d'une sinusoïde de période λ, soit immobile (si N = pNe), soit en mouvement ralenti (si N ≈ pNe).

## II - Cas d'une onde bidimensionnelle

(Propagation d'ondes sinusoïdales à la surface d'un liquide)

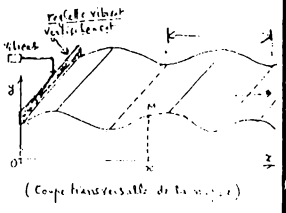
### a/ Ondes rectilignes

(si les phénomènes dissipatifs sont négligeables, a = cte)

On observe des **rides** rectilignes perpendiculaires à la direction de propagation et l'étude de l'élongation $y_M$ d'un point M est la même que celle de la corde :

$y_S = a \sin(\omega t + \varphi_S)$ ;

$y_M = a \sin(\omega t + \varphi_S - 2\pi x/\lambda)$



(Coupe transversale de la nappe)

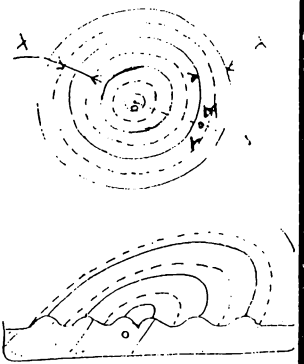
### b/ Ondes circulaires

(Même si les phénomènes dissipatifs sont négligeables, **a** diminue) l'énergie des ébranlements est diluée sur des rides circulaires de plus en plus grandes (r augmente).

On observe des **rides** circulaires en expansion et la propagation se fait dans toutes les directions du plan de la surface libre du liquide. L'étude de l'élongation $y_M$ d'un point M est la même que celle de la corde :

$y_S = a_0 \sin(\omega t + \varphi_S)$ ;

$y_M = a \sin(\omega t + \varphi_S - 2\pi r/\lambda)$



(Coupe de la nappe suivant un plan vertical passant par la source)

## III - Déphasage entre deux points du milieu propagateur

### 1°) Déphasage d'un point M par rapport à la source S

$\Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_S = -2\pi x/\lambda = -2\pi\theta/T$

* $\Delta\varphi = 2k\pi \Leftrightarrow$ M vibre en concordance de phase % à S soit $x = k\lambda$
* $\Delta\varphi = \pi + 2k\pi \Leftrightarrow$ M vibre en opposition de phase % à S ; $x = (2k+1)\lambda/2$
* $\Delta\varphi = \pi/2 + k\pi \Leftrightarrow$ M vibre en quadrature de phase % à S ; $x = (2k+1)\lambda/4$.
* $\Delta\varphi = \pi/2 + 2k\pi \Leftrightarrow$ M en quadrature avance de phase % à S ; $x = (4k-1)\lambda/4$.
* $\Delta\varphi = -\pi/2 + 2k\pi \Leftrightarrow$ M en quadrature retard de phase % à S ; $x = (4k+1)\lambda/4$.

• Les points M du milieu propagateur vibrant en **opposition** de phase par rapport à la source S sont ceux situés à une distance $\lambda/2$ **avant ou après** les points qui vibrent en phase avec S.

• Les points M du milieu propagateur vibrant en **quadrature avance** de phase par rapport à la source S sont ceux situés à une distance $\lambda/4$ **avant** les points qui vibrent en phase avec S puisque $x = (4k-1)\lambda/4 = k\lambda - \lambda/4$.

• Les points M du milieu propagateur vibrant en **quadrature retard** de phase par rapport à la source S sont ceux situés à une distance $\lambda/4$ **après** les points qui vibrent en phase avec S puisque $x = (4k+1)\lambda/4 = k\lambda + \lambda/4$.

### 2°) Déphasage entre deux points quelconques $M_1$ et $M_2$

$y_{M1} = a\sin(\omega t - 2\pi x_1/\lambda + \varphi_S)$ avec $\varphi_{M1} = -2\pi x_1/\lambda + \varphi_S$.

$y_{M2} = a\sin(\omega t - 2\pi x_2/\lambda + \varphi_S)$ avec $\varphi_{M2} = -2\pi x_2/\lambda + \varphi_S$.

$\Delta\varphi = \varphi_{M2} - \varphi_{M1} = -2\pi(x_2 - x_1)/\lambda$

* $\Delta\varphi > 0$ $M_2$ est en **avance** de phase par rapport à $M_1$
* $\Delta\varphi < 0$ $M_2$ est en **retard** de phase par rapport à $M_1$
* $\Delta\varphi = 0$, $M_1$ et $M_2$ sont en **concordance de phase** avec $x_2 - x_1 = k\lambda$.
* $\Delta\varphi = \pi + 2k\pi \Leftrightarrow M_2$ vibre en opposition de phase par rapport à $M_1$ ; $x_2 - x_1 = (2k+1)\lambda/2$
* $\Delta\varphi = \pi/2 + k\pi \Leftrightarrow M_2$ vibre en quadrature de phase par rapport à $M_1$ ; $x_2 - x_1 = (2k+1)\lambda/4$.
* $\Delta\varphi = \pi/2 + 2k\pi \Leftrightarrow M_2$ en quadrature avance de phase par rapport à $M_1$ ;

$x_2 - x_1 = (4k - 1)\lambda/4$.

* $\Delta\varphi = -\pi/2 + 2k\pi \Leftrightarrow M_2$ en quadrature retard de phase par rapport à $M_1$ ; $x_2 - x_1 = (4k + 1)\lambda/4$.

Remarque:

* Les points d'une même **ride** vibrent en **phase**
* Les points appartenant à deux rides de même nature vibrent en **phase.**
* Les points d'une **crête** vibrent en **opposition** de phase avec ceux d'un **creux**.

# Addenda

# INTERFERENCES MECANIQUES

## A - INTERFERENCE A LA SURFACE LIBRE D'UN LIQUIDE

### 1°) Observations

#### a/ Principe de superposition

A la rencontre de deux ébranlements, on obtient un ébranlement résultant égal à leur somme algébrique. Après cette superposition instantanée, les ébranlements continuent leur propagation sans se déformer:
Généralement le principe de superposition des petits mouvements d'élongation $y_i$ s'écrit à un instant t : $y = y_1 + y_2 + \ldots = \sum y_i$

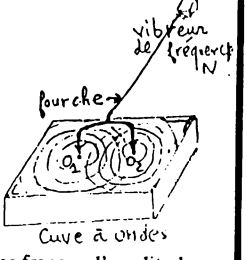
b/ Les ondes circulaires issues de $O_1$ et de $O_2$ se superposent régulièrement au cours du temps sans se déformer. On dit qu'elles interfèrent.

b/ La région dans laquelle se produit la superposition des ondes (située entre $O_1$ et $O_2$) est appelée champ d'interférence.

d/ En lumière ordinaire, on observe des **franges** d'interférence.
Ce sont des lignes qui vibrent avec :

d1) Amplitude maximale

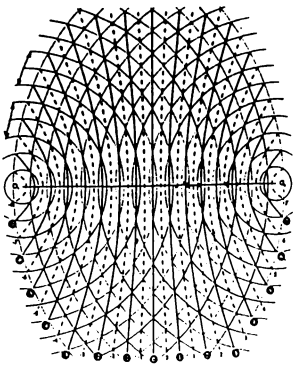
* où $y_1$ et $y_2$ sont de même signe
* $y_1$ et $y_2$ vibrent en phase
* On observe des lignes à "crêtes" appelées franges d'amplitude maximale.
* On a une interférence constructive.




d2) Amplitude maximale:

* où $y_1$ et $y_2$ sont de signes contraires
* $y_1$ et $y_2$ vibrent en opposition de phase
* On observe des lignes à "creux" appelées franges d'amplitude minimale.
* On a une interférence destructive.

e/ en lumière stroboscopique, on observe deux ensembles de rides circulaires concentriques sur $S_1$ et $S_2$ qui progressent.



## 2°) Conditions d'interférence

Soient deux sources vibrant dans le même milieu propagateur :

$y_{S1} = a \sin(\omega t + \varphi_{S1})$ et $y_{S2} = a \sin(\omega t + \varphi_{S2})$, le déphasage entre les deux sources s'écrit : $\Delta\varphi_S = \varphi_{S2} - \varphi_{S1}$

**a/ Non cohérence :** Si $\Delta\varphi$ varie au cours du temps, alors les deux sources ne sont plus COHERENTES et il est impossible d'observer une figure d'interférence nette, ni stable.

**b/ Conditions :**

Pour avoir une figure d'interférence **nette**

⇒ Deux sources : COHERENTES et SYNCHRONES

## 3°) Elongation d'un point M dans le cas particulier où $S_1$ et $S_2$ vibrent en phase et de même amplitude

Equation horaire d'un point M du champ d'interférence:

Si $y_{S1}(t) = y_{S2}(t) = a \sin(\omega t + \varphi_S) = a \sin(2\pi t/T + \varphi_S)$ alors :

en M on a $y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t)$ (principe de superposition)

$y_{1M}(t) = y_{S1}(t - \theta_1)$ avec $\theta_1 = S_1M/c = d_1/c$

$y_{2M}(t) = y_{S2}(t - \theta_2)$ $\theta_2 = S_2M/c = d_2/c$ (Principe de propagation)

Si on néglige l'effet de dilution de l'énergie ($a \approx ct$) on peut écrire :

$y_M = a \sin(\omega t + \varphi_S - 2\pi d_1/\lambda) + a \sin(\omega t + \varphi_S - 2\pi d_2/\lambda) = A \sin(\omega t + \Phi)$ (1)

Pour $\varphi_S = 0$, on montre que :

$$y_M(t) = 2\ a \cos[\pi(d_2 - d_1)/\lambda] \sin 2\pi[(t/T - (d_1 + d_2)/2\lambda] \quad (2)$$

$$A = 2a.|\cos[\pi(d_2 - d_1)/\lambda]| \text{ et :}$$

$$\Phi = -\pi(d_1 + d_2)/\lambda \quad si \quad \cos[\pi(d_2 - d_1)/\lambda] > 0$$

$$\Phi = -\pi(d_1 + d_2)/\lambda + \pi \quad si \quad \cos[\pi(d_2 - d_1)/\lambda] < 0$$

$A_{max} = 2a$ et $A_{min} = 0$ puisque $a_1 = a_2 = a$

**4°) M ∉ au segment $[S_1S_2]$**

Soit le triangle $S_1S_2M$ tel que : $S_1M = d_1$ ; $S_2M = d_2$ et $S_1S_2 = d$

l'inégalité du triangle dit que : $d_1 + d_2 > d$ et $|d_2 - d_1| < d$

et on peut écrire que : $-d < d_2 - d_1 = \delta = p.\lambda < d$

avec $\delta$ la différence de marche et **p** l'ordre d'interférence

**a/** Points d'amplitude maximale

$A_{max} = 2a$ et $d_2 - d_1 = \delta = k.\lambda \Rightarrow |\cos \pi(d_2 - d_1)/\lambda| = 1$

$\Rightarrow \pi.(d_2 - d_1)/\lambda = k.\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$

on a une première famille d'hyperboles et on pourra calculer le nombres de franges d'amplitude maximale en encadrant k :

$$-d/\lambda < k < d/\lambda .$$

**b/** Points d'amplitude minimale

$A_{min} = 0 \Rightarrow$ et $d_2 - d_1 = \delta = (k+1/2).\lambda \Rightarrow |\cos \pi(d_2 - d_1)/\lambda| = 0$

$\Rightarrow \pi.(d_2 - d_1)/\lambda = (2k+1)\pi/2$ avec $k \in \mathbb{Z}$

on a une deuxième famille d'hyperboles et on pourra calculer le nombres de franges d'amplitude maximale en encadrant k :

$$-d/\lambda - 1/2 < k < d/\lambda - 1/2.$$

**5°) M ∈ au segment $[S_1S_2]$**

Soit le point M tel que : $S_1M = d_1$ ; $S_2M = d_2$ et $S_1S_2 = d$

On peut écrire que : $d_1 + d_2 = d$ et $d_2 - d_1 = \delta = p.\lambda$

et la différence de ces deux équations donne : $2d_1 = d - \delta$

or $0 < d_1 < d$ et de même pour $d_2$ d'où : $-d < d_2 - d_1 = \delta = p\lambda < d$

Le reste c'est la même chose .....

• Notons que l'intersection des hyperboles sur le segment $[S_1S_2]$ donne des points équidistants de $\lambda/2$. (on peut parler d'interfranges)

**6°) Remarques**

**a/ Ordre d'interférence**

Lorsque les **sources** sont **en phase** on peut utiliser directement :

• Si **p** entier ($p = k$) → interférence constructive et on a des franges d'amplitude maximale

• Si **p** demi-entier ($p = k+1/2$) → interférence destructive, on a des franges d'amplitude minimale

• Si **p** quelconque ($2p \notin \mathbb{Z}$) → franges quelconques $A_{min} < A < A_{max}$

**b/ Déphasage entre les sources**

Parfois les 2 sources ne sont pas en phase $\varphi_{S1} \neq \varphi_{S2} \neq 0$ càd que :

$\Delta\varphi_S = \varphi_{S2} - \varphi_{S1} = cte \neq 0$

$y_M = a \sin(\omega t + \varphi_S - 2\pi d_1/\lambda) + a \sin(\omega t + \varphi_S - 2\pi d_2/\lambda) = A \sin(\omega t + \Phi)$

et pour $\Delta\varphi_S \neq 0$, on montre que :

$y_M(t) = 2a \cos[\pi(d_2 - d_1)/\lambda - \Delta\varphi_S/2] \sin 2\pi[(t/T - (d_1 + d_2)/2\lambda + (\varphi_{S2} + \varphi_{S1})/2]$

$A = 2a.|\cos[\pi(d_2 - d_1)/\lambda - \Delta\varphi_S/2]|$ et :

$\Phi = -\pi(d_1 + d_2)/\lambda + (\varphi_{S2} + \varphi_{S1})/2$ si $\cos[\pi(d_2 - d_1)/\lambda - \Delta\varphi_S/2] > 0$

$\Phi = -\pi(d_1 + d_2)/\lambda + (\varphi_{S2} + \varphi_{S1})/2 + \pi$ si $\cos[\pi(d_2 - d_1)/\lambda - \Delta\varphi_S/2] < 0$

$A_{max} = 2a$ et $A_{min} = 0$ puisque $a_1 = a_2 = a$

$\Rightarrow d_1 - d_2 = (k - \Delta\varphi_S/2\pi)\lambda$ pour les franges d'amplitude maximale

$d_1 - d_2 = (k+1/2 - \Delta\varphi_S/2\pi)\lambda$ pour les franges d'amplitude minimale,

comme $\Delta\varphi_S = \varphi_{S2} - \varphi_{S1} = cte \neq 0$, on obtient la même figure mais décalée (vers la droite ou vers la gauche suivant le signe de $\Delta\varphi_S$). d'interférence

**7°) Elongation d'un point M dans le cas où $S_1$ et $S_2$ vibrent avec des amplitudes différentes ($a_1 \neq a_2$)**

Equation horaire d'un point M du champ d'interférence:

$y_{S1}(t) = a_1 \sin(\omega t + \varphi_{S1}) = a_1 \sin(2\pi t/T + \varphi_{S1})$ et

$y_{S2}(t) = a_2 \sin(\omega t + \varphi_{S2}) = a_2 \sin(2\pi t/T + \varphi_{S2})$ alors :

en M on a $y_M(t) = y_{1M}(t) + y_{2M}(t)$ principe de superposition

$y_M = a_1 \sin(\omega t + \varphi_{S1} - 2\pi d_1/\lambda) + a_2 \sin(\omega t + \varphi_{S2} - 2\pi d_2/\lambda) = A \sin(\omega t + \Phi)$

on montre que : $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos\Delta\varphi}$

avec $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \pi(d_2 - d_1)/\lambda - \Delta\varphi_S/2$

$A_{max} = a_1 + a_2$ et $A_{min} = |a_2 - a_1|$

$tg\phi = (a_1 \sin\varphi_1 + a_2 \sin\varphi_2) / (a_1 \cos\varphi_1 + a_2 \cos\varphi_2)$

avec $\varphi_{S1} - 2\pi d_1/\lambda = \varphi_1$ et $\varphi_{S2} - 2\pi d_2/\lambda = \varphi_2$

Si on rencontre ce genre de problème on doit utiliser la méthode de Fresnel.

# Addenda

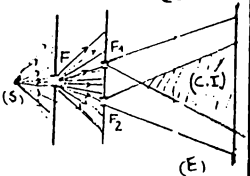
# INTERFERENCES LUMINEUSES

Nous avons vu en optique géométrique et physique que la lumière est une onde électromagnétique qui peut subir les phénomènes de réflexion, de réfraction, de diffusion, de dispersion et de diffraction. Pour l'oeil nu elle est de deux types: visible et invisible.

## I/ INTERFERENCES EN LUMIERE MONOCHROMATIQUE

Il existe principalement deux dispositifs:

### 1°) Fentes d'Young

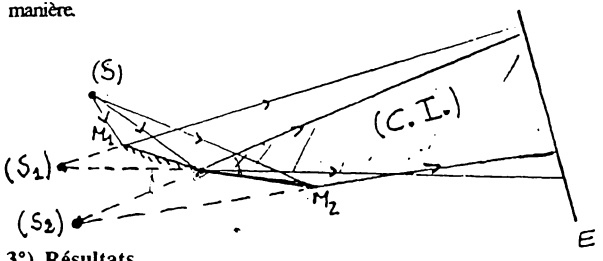



Une lumière monochromatique ($\lambda$) issue d'une source S va se diffracter devant une fente fine (F). Les rayons issus de F vont aussi se diffracter en ($F_1$) et ($F_2$).

On obtient ainsi deux sources quasi-cohérentes qui vont émettre des rayons lumineux qui vont interférer sur un écran (E) et donner des raies sombres et d'autres brillantes sur le champ d'interférence (C.I)

### 2°) Miroir de Fresnel

L'image d'une source (S) à travers deux miroirs $M_1$ et $M_2$ donne deux sources $S_1$ et $S_2$ qui vont donner deux faisceaux divergents qui vont se rencontrer sur un écran E et ainsi interférer de la même manière.




### 3°) Résultats

**a/ Conditions**

Avec les deux dispositifs on obtient deux **sources cohérentes**

**monochromatiques qui éclairent un écran E assez éloigné a<<D**

**b/ Nature vibratoire**

La distance i entre les milieux de deux franges consécutives et de même nature est appelée interfrange $i = \lambda D/a$

Ceci prouve que la lumière est une onde et par conséquent elle est de nature vibratoire. En effet, en un point M sur l'écran E, on peut écrire : $y = y_1+y_2$

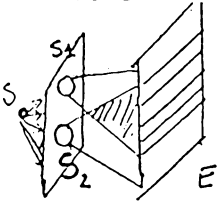
$= a\sin(\omega t + \varphi - 2\pi d_1/\lambda) + a\sin(\omega t + \varphi - 2\pi d_2/\lambda)$ pour $\varphi = 0$ on a :

$y = 2a.\cos[\pi/\lambda(d_1-d_2)].\sin[\omega t - \pi(d_1+d_2)/\lambda]$ où

$A = 2a.|\cos[\pi/\lambda(d_1-d_2)]|$ et $\Phi = -\pi(d_1+d_2)/\lambda$ ou $-\pi(d_1+d_2)/\lambda + \pi$

**c/ Remarques**

* On choisit une source fine (non étendue) pour avoir une source cohérente.
* L'éclairement perçu sur l'écran est proportionnel au carré de l'amplitude.
* Si on remplace les fentes $F_1$ et $F_2$ par deux petits trous, on obtient la même figure d'interférence mais d'intensité plus faible.

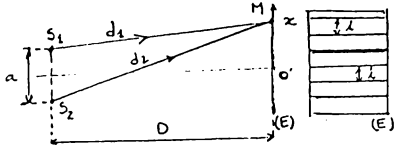



## II/ DIFFERENCE DE MARCHE δ ET INTERFRANGE i

### 1°) Fentes d'Young

**Méthode générale**

**a/** Schéma simplifié du dispositif d'Young




**b/** Expression de $d_1^2$ et de $d_2^2$ en fonction de x, a et D (x = O'M , un point M de l'écran) :

$d_2^2 = D^2 + (x + a/2)^2$ et $d_1^2 = D^2 + (x - a/2)^2$ d'où : $d_2^2 - d_1^2 = 2xa$

**c/** Approximation (a<<D) :

$d_2^2 - d_1^2 = (d_2 - d_1)(d_2 + d_1)$ ; $d_2 - d_1 = \delta$ et $d_2 + d_1 \approx 2D$ puisque

**(a << D) d'où : $2x.a \approx 2D.\delta$ on obtient alors : $\delta \approx ax/D$**

**d) Abscisses x des franges brillantes et x' des franges obscures.**

* Frange brillante $\leftrightarrow A_{max} \Rightarrow \delta = d_2 - d_1 = k\lambda = ax/D \Rightarrow x = k\lambda D/a$

* Frange sombre $\leftrightarrow A_{min} \Rightarrow \delta = d_2 - d_1 = (k+1/2)\lambda = ax'/D \Rightarrow x' = (k+1/2)\lambda D/a$

**e/ Expression de l'interfrange :**

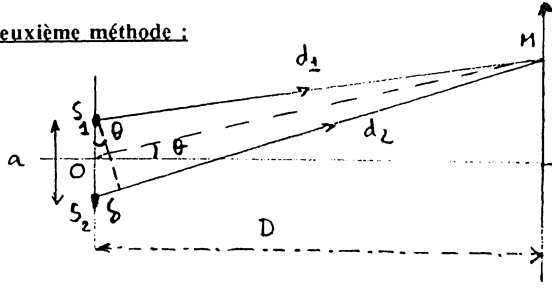
On appelle interfrange i la distance séparant les centres de deux franges consécutives de même nature. $|x_k - x_{k+1}| = i = \lambda D/a$

Rappelons que les franges obscures et franges brillantes sont deux familles d'hyperboloïdes de foyers $S_1$ et $S_2$ dont l'intersection avec le plan d'observation (E) parallèle à $S_1$ et $S_2$ donne des arcs d'hyperboles qui, observés à une grande distance de $S_1$ et $S_2$ paraissent rectiligne. On dira alors qu'on observe sur l'écran (E) des franges brillantes et obscures alternées et équidistantes.

une frange **brillante** est reconnue par **x = k i** et

une frange **obscure** est reconnue par **x' = (k+1/2) i**.....

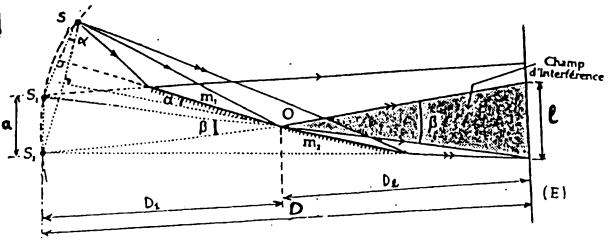
**Deuxième méthode :**




On pose $O = S_1 * S_2$ ; $\theta = O'\hat{O}M$, on a : $tg\theta = x / D$ et $\sin\theta \approx \delta / a$..

En utilisant l'approximation (**a<<D**) on en déduit que θ est petit, donc $tg\theta \approx \sin\theta \approx \theta$ d'où : $x / D \approx \delta / a$ et on obtient : $\delta \approx ax/\lambda$.

## 2°) Miroirs de Fresnel




- S, $S_1$ et $S_2$ appartiennent à un cercle de centre O et de rayon $OS_1 = D_1$. Donc : $OS = OS_1 = OS_2$

$S_1OS_2 = \beta = 2\alpha$ ; $S_1SS_2 = \alpha$ $\quad (\alpha << 1\ rad)$

$a = D_1.\beta = 2D_1.\alpha = 2OS.\alpha$

longueur du champ : $l = D_2\beta = 2D_2\alpha = 2(D - D_1)\alpha = 2(D - OS)\alpha$

interfrange $i = \lambda(D_1 + D_2)/a$.

# Lecture : ONDES ELECTROMAGNETIQUES

## I - STRUCTURE

C'est une propagation de champ électrique E couplé à un champ magnétique B.
E et B sont orthogonaux et vibrent en phase en se propageant normalement au plan (E,B) à la célérité de la lumière (c'est une onde transversale). $E(\text{sur } O_y) = |E|_{max} \sin[2\pi(Nt - x/\lambda)]$ et $B(\text{sur } O_z) = |B|_{max} \sin[2\pi(Nt - x/\lambda)]$ ; $\lambda = c/N$ où $c = 3.10^8\ m.s^{-1}$ dans le vide, et $c' < c$ dans un milieu matériel et transparent (avec un indice absolu de réfraction $n = c/c' \geq 1$).

## II/ SPECTRE DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES

(classé suivant la fréquence N ou la longueur d'onde $\lambda$).

1°) Ondes Hertziennes ($3.10^4 < N < 3.10^{12}$Hz) et ($10^{-4} < \lambda < 10^{+4}$m) utilisées en radio, téléphonie, télégraphie, télévision, radar, satellites, radioastronomie, four micro-ondes…

2°) Ondes lumineuses ($3.10^{11} < N < 3.10^{16}$Hz) soit ($10^{-8} < \lambda < 10^{-3}$ m)

a) Radiations visibles :

(de $4.10^{14}$ à $7,5.10^{14}$Hz) ou ($4,7.10^{-7}$ à $7,5.10^{-7}$m) Elles s'étalent du rouge au violet lointain (couleurs de l'arc-en-ciel) utilisées en photographie, en chimie (indicateur coloré, catalyseur, …)…

b) Radiations invisibles

* Infra-rouge IR ($3.10^{11}$ à $4.10^{14}$Hz) soit ($7,5.10^{-7}$ à $10^{-3}$ m); Chauffage IR, commandes à distance, laser, industries. Tout corps chaud émet des rayonnements I.R. Certains corps (iode en solution, verre,…) sont transparents, d'autres absorbants ($CuSO_4.H_2O$,…)

* Ultraviolet UV ($7,5.10^{14}$ à $3.10^{16}$Hz) soit ($10^{-8}$ à $4.10^{-7}$m). (Stérilisation , analyse chimique, photographie UV, bronzage…), absorbé par le verre ordinaire, réfléchi par la couche d'ozone $O_3$, photosynthèse.

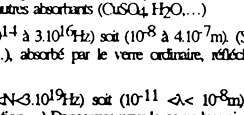
3°) Rayons X ($3.10^{16} < N < 3.10^{19}$Hz) soit ($10^{-11} < \lambda < 10^{-8}$m) (Radiographie, radiothérapie, fluorescence, ionisation, absorption,…) Dangereux pour le corps humain.

4°) Rayon $\gamma$ ($3.10^{17} < N < 3.10^{21}$Hz) soit ($10^{-9} < \lambda < 10^{-13}$m). Origine nucléaire, gammathérapie, stérilisation, métallurgie, biologie, radiochimie,…

5°) Rayons cosmiques $N > 3.10^{25}$Hz soit $\lambda < 10^{-13}$m Extraterrestre (astrophysique)

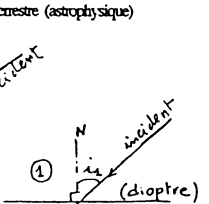
## III/ PROPRIETES

1°) Réflexion i = r



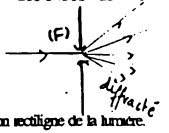

2°) Réfraction

$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ où $n_i$ indice de réfraction ($n_i \geq 1$) et $n_i = c/c_i$ ; c: célérité dans le vide $c_i$ : célérité dans le milieu (i)



**3°) Diffraction**

**a/** Lorsque la fente (F) est étroite (largeur ≈ λ) l'onde se diffracte (l'onde se propage suivant plusieurs directions), la fente (F) se comporte comme une source… En lumière, on observe une succession de franges brillantes et de franges obscures dont la frange centrale est brillante et plus large.




**b/** Ce phénomène de diffraction met en défaut le principe de propagation rectiligne de la lumière.

**c/** Ce phénomène montre qu'il est impossible d'isoler un rayon lumineux.

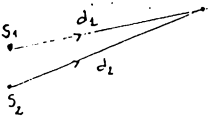
**d/** Cette expérience montre qu'il y a analogie entre les ondes mécaniques et la lumière.**e/** La lumière est donc un phénomène vibratoire qui se propage sous forme d'onde de célérité constante c qui ne dépend que de la nature du milieu ($c_{vide} \approx c_{air} \approx 3.10^8\ ms^{-1}$).

**4°) Interférence**

$y = y_1 + y_2$ si les sources sont en phase on a $\delta = d_2 - d_1 = p\lambda$

$p = k$ (intensité maximale)

$p = k + 1/2$ (intensité minimale)




Si $S_1S_2 = a << D \approx S_1M$ alors on peut appliquer les calculs des interférences lumineuses … $i = \lambda . D/a$

**5°) Absorption** Les ondes électromagnétiques, suivant leurs fréquences, sont plus ou moins absorbées par un milieu matériel donné…

**6°) Disperslon**

Les ondes électromagnétiques sont plus ou moins déviées suivant leurs λ (ou N) lorsqu'elles traversent un dioptre.

**a/ Spectre de la lumière blanche**

• Le phénomène de dispersion de la lumière est illustré par l'exemple de l'arc-en-ciel où la lumière blanche est transformée en une infinité de lumières colorées par les gouttelettes d'eau en suspension.

• La lumière blanche est constituée d'une infinité de lumières colorées entre le rouge et le violet dans le domaine visible et contient aussi de l'infrarouge et de l'ultraviolet dans le domaine invisible.

* Chaque couleur subit une réfraction différente, on montre que l'indice de réfraction $n_i = c/c_i$ où c = $3.10^8\ ms^{-1}$ (dans le vide) et $c_i$ la célérité de la lumière de la couleur (i) dans le prisme. Comme on a $(n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2) \Rightarrow c_{rouge} > c_{violet}$ dans le verre.

* Chacune de ces couleurs qui n'est pas dispersée par la lumière, est appelée radiation monochromatique caractérisée par ses propres valeurs de $\lambda_i, N_i, c_i$ dans un milieu donné : Exemple :

Violet (0,4 μm ; $7,5.10^{14}$Hz) ↔ Rouge (0,75 μm ; $4.10^{14}$ Hz)

* On peut utiliser un filtre pour isoler approximativement une lumière monochromatique à partir de la lumière blanche.

**b/ Synthèse de la lumière blanche**

• On peut reconstituer la lumière blanche en convergeant les différents rayons colorés à l'aide d'une lentille (L) pour obtenir une tache blanche sur un écran (E).

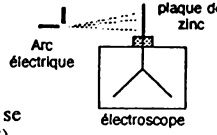
• En faisant tourner rapidement le disque de Newton divisé en plusieurs secteurs colorés du rouge au violet, celui-ci paraît blanc grisâtre.

## Addenda

# EFFET PHOTOELECTRIQUE

## I / DEFINITION

**1°) Expérience de Hertz**




**a)** Electroscope + lame de zinc chargés positivement, on éclaire la lame (L) par la source (S), l'électroscope ne se décharge pas.

**b)** L'électroscope chargé négativement se décharge si on l'éclaire par la source (S).

**c)** On intercale une lame de verre entre la source (S) et la lame (L) initialement chargée négativement, l'électoscope ne se décharge pas.

**2°) Conclusion**

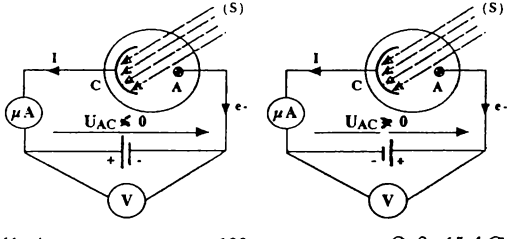
**a)** Il y a émission d'électrons par la lame de zinc exposée à la lumière ultraviolette (puisque le verre absorbe l'UV dans l'expérience c).

**b)** Effet photoélectrique

Chaque métal peut émettre des électrons si on l'expose à un rayonnement électromagnétique convenable (de fréquence $N > N_0$ appelée seuil photoélectrique, de même pour $\lambda < \lambda_0$).

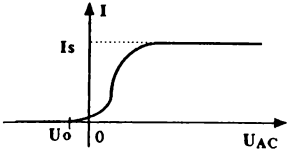
## II - CARACTERISTIQUES D'UNE CELLULE PHOTOELECTRIQUE

**1°) Montage** : (S) : Source monochromatique de puissance P réglable ($N \geq N_0$ et $\lambda \leq \lambda_0$) ; (C) : Photocathode métallique susceptible d'émettre des électrons lorsqu'elle est exposée à une lumière ($N \geq N_0$ , $\lambda \leq \lambda_0$) ; (A) : Anode ; (V) : Voltmètre pour mesurer les tensions continues $U_{AC}$ de valeurs algébriques ; ($\mu$A) : microampèremètre.



**2°) Expérience 1:**

**Pour une tension $U_{AC}$ positive on détecte un courant d'intensité I si la cathode est éclairée par une lumière ($N \geq N_o$, $\lambda \leq \lambda_o$)**



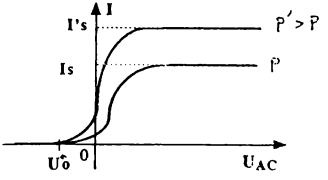

* Cette courbe s'appelle la caractéristique : $I = f(U)$ de la cellule.
* $I_S$ : courant de saturation
* $U_0 < 0$ : potentiel d'arrêt càd $I = 0$ pour $U \leq U_0$

1ère loi de l'effet photoélectrique:

L'effet photoélectrique est instantané mais ne se produit pour un métal donné que si la fréquence de la lumière incidente est supérieure à une valeur limite $\nu_o$ caractéristique de ce métal.

**3°) Expérience 2:**

Une source monochromatique ($\lambda$ fixe). A l'aide d'une fente (F) de largeur réglable on fait varier la puissance $P_i$ de la source. On étudie $I = f(U_{AC})$ pour une puissance $P_i$ fixée




* $I_S$ : courant de saturation ($I_S'$ si P')

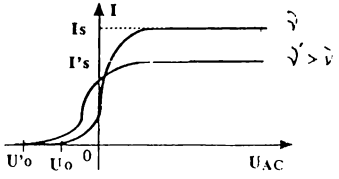
càd que : P' > P alors $I'_S > I_S$

**2ème loi de l'effet photoélectrique :**

**Pour une même longueur d'onde λ, l'intensité du courant de saturation d'une cellule photoélectrique est proportionnelle à la puissance lumineuse reçue par la cathode de la cellule.**

## 4°) Expérience 3

Pour une même puissance P fixée on fait varier la fréquence ν de la source :



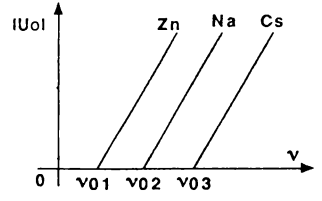

3ème loi de l'effet photoélectrique

Le potentiel d'arrêt $U_o$ d'une émission photoélectrique est indépendant de la puissance de la lumière incidente, c'est une fonction affine de la fréquence des radiations constituant cette lumière monochromatique.

$$|U_o| = h/e.\ (\nu - \nu_o) = hc/e.\ (1/\lambda - 1/\lambda_o)$$

**e** : charge élémentaire : $1{,}6.10^{-19}$ C ; **h** : constante de Planck : $6{,}63.10^{-34}$ J.s

Puisque $\nu_o$ est une caractéristique de chaque métal on peut avoir les courbes suivantes:




Ce sont des droites de même pente : $h/e \approx 4{,}15.10^{-15}$ V.s

## III - APPLICATION DU THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

**1°) Potentiel d'arrêt $U_o$ :**

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = W(F) \Leftrightarrow E_C - E_{Co} = q(V_C - V_A) \Leftrightarrow 1/2\ mv^2 - 1/2\ mv_o^2 = (-e)(V_C - V_A) = e(V_A - V_C) = e\ U_{AC}$

v : la vitesse de l'électron à l'arrivée à l'anode A

$v_o$ : la vitesse initiale maximale d'émission de la cathode C

$U = U_{AC} = V_A - V_C$ * $U > 0$ tension accélératrice $v > v_o$

* $U < 0$ tension de freinage $v < v_o$

puisque $eU = 1/2\ m(v^2 - v_o^2)$

En effet pour les tensions négatives $U < 0$, $|Ui|$ diminue, d'après la courbe $I = f(U)$ $I \geq 0$ pour $U \geq U_o$. Pour avoir un courant non nul il faut que les électrons arrivent en A avec une vitesse non nulle.

$\Rightarrow v^2 \geq 0 \Leftrightarrow U \geq U_o \Leftrightarrow U = U_o$ alors $I = 0$ et $v = 0 \Leftrightarrow U_o = -m\ v_o^2 / 2e$ d'où le nom du potentiel d'arrêt $U_o$ et d'une autre manière $E_{Co} = 1/2\ mv_o^2 = e|U_o|$

**Définition** : Le potentiel d'arrêt est la tension maximale négative du générateur pour les électrons les plus énergétiques quittant la photocathode arrivent au voisinage immédiat de l'anode avec vitesse nulle et rebroussent chemin sans toute fois l'atteindre.

**b) Courant de saturation $I_S$ :**

* Pour des valeurs de $U > 0$ mais faibles, les électrons arrachés à la cathode ne réussissent pas tous à la quitter pour atteindre l'anode A $\leftrightarrow$ I est faible...

* Pour des valeurs de $U > 0$ suffisamment élevées, tous les électrons émis passent directement à l'anode d'où le courant de saturation $I_S$.

**Définition** : Le courant de saturation est l'intensité maximale traversant la cellule telle que tous les électrons quittant la photocathode atteignent l'anode.

## IV - CONSERVATION DE L'ENERGIE

### 1°) Hypothèse du photon

Pour expliquer le mécanisme de l'effet photoélectrique, il faut supposer que la lumière est émise sous forme de paquets de corpuscules d'énergie, de masse nulle et électriquement neutre appelé **photon** ou quantum d'énergie et ayant une énergie $W = h\nu$ càd que l'énergie totale est un multiple de $h\nu$.

### 2°) Energie d'extraction

• $(\nu < \nu_o)$ ou bien $(h\nu < h\nu_o)$ : pas d'effet photoélectrique, le photon incident ne peut arracher un électron.

• $(\nu > \nu_o)$ ou bien $(h\nu > h\nu_o)$ : il y a effet photoélectrique, **le** photon arrache **un** électron et lui communique de l'énergie cinétique initiale (il y a **extraction + expulsion**).

• $(\nu = \nu_o)$ ou bien $(h\nu = h\nu_o)$ : **le** photon arrache **un** électron mais ne lui communique pas de l'énergie cinétique (il y a seulement **extraction**). d'où $W_o = h\nu_o = hc/\lambda_o$

**Définition** : c'est l'énergie nécessaire d'un photon pour extraire un électron de la photocathode sans lui communiquer une énergie cinétique. initiale

### 3°) Conservation de l'énergie

| W | = | $W_o$ | + | $E_{co}$ |
|---|---|---|---|---|
| énergie du photon incident | | énergie d'extraction | | énergie cinétique initiale |
| $h\nu$ | = | $h\nu_o$ | + | $1/2.mv_o^2$ |

Une partie de l'énergie du photon incident sert à extraire un électron ($\Delta W = W - W_o$), le reste lui est communiqué sous forme d'énergie cinétique initiale (on suppose que la dissipation d'énergie est négligeable). Comme $E_{Co} = e|U_o| \Rightarrow |U_o| = h/e\cdot(\nu - \nu_o)$

## V - RENDEMENT QUANTIQUE D'UNE CELLULE

* Si pendant $\Delta t$ on a N photons incidents, l'énergie lumineuse totale $W_{tot} = N\,h\,\nu$ et la puissance du faisceau lumineux sera $\mathcal{P} = W_{tot}/\Delta t = N\,h\nu/\Delta t$

Si on pose $n = N/\Delta t$ le nombre de photons arrivant à la cathode en une seconde alors: $\mathcal{P} = nh\nu$

Sur les n photons incidents par seconde, seuls $\underline{n' \leq n}$ sont efficaces, càd n' photons par seconde réussissent à arracher un électron du métal. A la saturation $I_S = n'e$ $(I = |Q|/\Delta t)$.

On définit le rendement quantique d'une cellule photoélectrique $\rho = N'/N = n'/n < 1 \Rightarrow I_S = (\rho e/h\nu)\mathcal{P}$ ceci montre que pour une onde monochromatique ($\lambda$ = cte, $\nu$ = cte) le courant de saturation $I_S$ est proportionnelle à la puissance (2ème loi).

## VI - CELLULE ECLAIRE PAR DEUX RADIATIONS

Lorsqu'on éclaire une photocathode par une radiation bichromatiques ou simultanément par deux radiations monochromatiques on a :

• les différents photons incidents (d'énergies : $W_1 = h\nu_1$ et $W_2 = h\nu_2$) se comportent indépendamment les uns des autres.

• On observe la superposition des deux effets photoélectriques.

Deux cas peuvent se présenter :

a/ $(\nu_1 > \nu_o$ et $\nu_2 > \nu_o)$ :

• Le nombre de photons arrivant à la cathode en une seconde est alors : $n = n_1 + n_2$ et $\mathcal{P} = (n_1h\nu_1 + n_2h\nu_2)$.

• Le nombre d'électrons quittant la cathode en une seconde est alors : $n' = n'_1 + n'_2$ et $I_S = (I_{S1} + I_{S2})$.

• $U_o = \inf(U_{o1}, U_{o2})$ ou bien $|U_o| = \sup(|U_{o1}|, |U_{o2}|)$ lorsque U est suffisamment négatif, seul les photons les plus énergétiques parviennent à extraire quelques électrons.

b/ $(\nu_1 < \nu_o$ et $\nu_2 > \nu_o)$ :

• Le nombre de photons arrivant à la cathode en une seconde est alors : $n = n_2$ et $\mathcal{P} = n_2h\nu_2$.

• Le nombre d'électrons quittant la cathode en une seconde est alors : $n' = n'_2$ et $I_S = I_{S2}$.

• $U_o = U_{o2}$ càd que $|U_o| = |U_{o2}| = h/e\cdot(\nu_2 - \nu_o)$ les photons incidents (d'énergies : $W_1 = h\nu_1$ ) sont au dessous du seuil photoélectrique (les

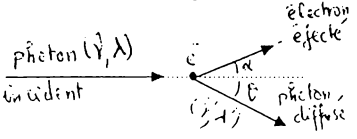
différents photons incidents ($\nu_0$) et par conséquent ne peuvent arracher des électrons de la photocathode.

## VII - DUALITE ONDE - CORPUSCULE

### 1°) Effet Compton

L'effet photoélectrique, étant une interaction entre un photon et l'électron du métal, est considéré comme un choc mou. En effet, après le choc, le photon est absorbé et son énergie servira alors pour libérer l'électron du métal et à lui communiquer une certaine énergie cinétique.

Toutefois, on peut faire un choc **élastique** entre un photon et un électron au repos, libre ou peu lié avec la matière.




Le photon incident heurte un électron du métal ; après le choc cet électron est éjecté et le photon est dévié d'un angle θ. Au cours du choc, le photon incident perd une partie de son énergie ; ce qui explique la variation de la longueur d'onde correspondante.

Lois de conservation :

Etant donné que l'effet Compton est une interaction élastique, on a:

• conservation de la quantité de mouvement :

$\vec{p} = \vec{p'} + \vec{p_e}$ avec $\|\vec{p'}\| = h/\lambda'$ et $\|\vec{p}\| = h/\lambda$. On peut faire la projection : $\|\vec{p}\| = \|\vec{p'}\|.\cos\theta + \|\vec{p_e}\|.\cos\alpha$ et $0 = \|\vec{p_e}\|.\sin\alpha - \|\vec{p'}\|.\sin\theta$.

• conservation de l'énergie totale :

$E = E' + Ec_e$ soit : $h\nu = h\nu' + Ec_e$ ou encore : $hc/\lambda = hc/\lambda' + Ec_e$ .

• Des deux lois précédentes on admet la relation de Compton suivante : $\lambda' - \lambda = A.(1 - \cos\theta)$ avec $A = 2{,}43\ 10^{-12}$ m noté parfois $\lambda_c$ et remarquons que $A = \frac{h}{m_e.c}$ avec $m_e$ la masse de l'électron : $9{,}11.10^{-31}$ kg ; **h** la constante de Planck : $6{,}63.10^{-34}$ J.s ; **c** la célérité de la lumière dans le vide : $3.10^8$ m.s$^{-1}$.

## 2°) Dualité onde - corpuscule

On vu que la nature corpusculaire de la lumière, adoptée pour interpréter l'effet photoélectrique, est confirmé par l'effet Compton : au cours d'un choc, le photon se comporte comme tout autre particule ; il possède en particulier une quantité de mouvement :

$$\|\vec{p}\| = h / \lambda$$

Un rayonnement électromagnétique monochromatique a un double aspect : il est à la fois une **onde** de **fréquence** $\nu$ et un flux de **photons** d'énergie $h\nu$ de masse et de charge nulles.

Remarques:

Même les particules matérielles ($m \neq 0$ ou $q \neq 0$) telles que neutrons, protons, électrons, positrons..., ont aussi le caractère **ondulatoire** ayant une"longueur" d'onde $\lambda = h / \|\vec{p}\| = h / mv$

## Addenda

# A - NOYAU ATOMIQUE

## I/ GENERALITES :

### 1°) Caractéristiques d'un nucléïde

Un atome est constitué de deux parties :

* **un noyau** et un nuage d'**électrons.** Le noyau est constitué de particules appelées nucléons qui sont de deux types :

* les **protons** de charge élémentaire positive ($e = + 1{,}602.\ 10^{-19}$ C) et de masse ($m_p = 1{,}6726.\ 10^{-27}$ kg).

* les **neutrons** électriquement neutres ( $q_n = 0$ C ) de masse ($m_n = 1{,}6750.\ 10^{-27}$ kg) très légèrement supérieure à celle du proton.

* Si on assimile le noyau à une sphère, son rayon sera environ **1 fermi** = $10^{-15}$ m c.à d. : $10^5$ fois plus petit que le rayon atomique (1 Å = $10^{-10}$ m). Malgré sa petitesse, le noyau renferme presque la totalité de la masse atomique puisque : $m_p/m_e \approx 1836$.

### 2°) Symbole d'un nucléïde

* X représente le symbole de l'élément chimique correspondant

$$\boxed{{}^{A}_{Z}X}$$

* Le nombre de protons dans le noyau est noté **Z** et est appelé **nombre de charge** (parfois numéro atomique).

* La charge électrique du noyau sera alors : $Q = Z.e$

* Le nombre total de nucléons (protons et neutrons) est appelé nombre de masse et est noté **A**

* Le nombre de neutrons dans le noyau est donc $N = A - Z$.

* Un noyau atomique est donc caractérisé par Z et A.

### 3°) Isotopes et nucléïdes

#### a/ Les isotopes:

Les isotopes sont des atomes de même numéro atomique Z mais de nombre de masse A différents. Ils correspondent tous au même élément chimique, ils ont donc les mêmes propriétés chimiques

Ex : ${}^{35}_{17}Cl$ et ${}^{37}_{17}Cl$.

**b/ Les nucleïdes:**

* On appelle nucléïde ou (nuclide) un ensemble d'atomes ayant des noyaux identiques (de même Z et de même A).
* L'unité de masse atomique u.m.a. est le douzième de la masse moyenne d'un atome de carbone C ,( $\mathcal{N}_A = 6{,}022.\ 10^{23}$ mol$^{-1}$) ,

**1 u.m.a. = 1 u = 1,66. $10^{-27}$ kg = 931,5 MeV.C$^{-2}$**

## II/ ENERGIE DE LIAISON :

### 1°) Défaut de masse

Connaissant avec précision la masse du noyau de deutérium ${}^{2}_{1}H$ ($m_d \approx 2{,}013554$ uma), celle du proton ($m_p \approx 1{,}007277$ uma) et celle du neutron ($m_n \approx 1{,}008665$) on découvre qu'il y a un défaut de masse $\Delta m$ qui est du à l'existence de forces qui permettent la liaison entre les nucléons du noyau, appelées forces nucléaires (ou interaction forte) qui deviennent importantes lorsque la distance entre les nucléons est très courte (1 fermi ).

* Conclusion: le défaut de masse $\Delta m$ d'un noyau(du nucléïde) ${}^{A}_{Z}X$ est toujours positif : $\Delta m = [\ Z.m_p + (A - Z).m_n\ ] - m$

### 2°) Energie de liaison et stabilité

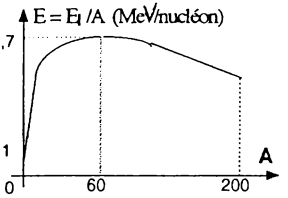
• L'énergie de liaison du noyau s'écrit : $E_l = \Delta m.c^2$ c'est l'énergie qu'il faut fournir au noyau au repos pour séparer ses nucléons.

• L'énergie de liaison par nucléon dans un noyau : $E = E_l / A$ .

• La stabilité du noyau augmente lorsque E augmente.

• Un noyau est considéré comme stable si E > 8,7 MeV/nucléon.

• La représentation de cette énergie pour différents nucléïdes naturels du tableau périodique donne la courbe ci-contre.




Pour un noyau lourd comportant un nombre important de nucléons, ou un noyau ayant N très différent de Z, devient instable.

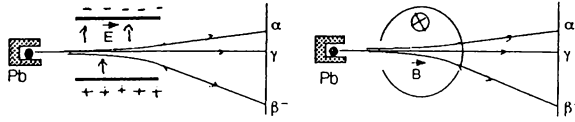
# B - REACTIONS NUCLEAIRES SPONTANEES
# LA RADIOACTIVITE

## I/ RAYONNEMENT RADIOACTIF

**1°) La radioactivité** est l'émission d'un rayonnement par un isotope particulier d'un élément chimique. Le rayonnement peut être électromagnétique (γ) ou bien corpusculaire (ß⁻, ß⁺ ou α). Le processus d'émission est appelé aussi désintégration nucléaire, (le nucléide radioactif est appelé aussi radioélément ou radionucléide).

**2°) Caractéristiques des rayonnements naturels:**

**a) Identification**




Rayonnements Naturels :

α : positif: ${}^{4}_{2}He^{2+}$ noyau d'hélium ou hélions, très ionisants mais peu pénétrants (une feuille de papier l'arrête).

ß⁻ : négatif (${}^{0}_{-1}e^{-}$) des électrons très rapides moins ionisants, mais plus pénétrants que α (arrêté par une feuille d'aluminium d'épaisseur 7 mm).

γ : non chargé, ${}^{0}_{0}\gamma$ non dévié par un champ électrique ou magnétique, c'est un rayonnement électromagnétique peu ionisant mais très pénétrant, par conséquent dangereux.

Rayonnements Artificiels

**p** : positif: ${}^{1}_{1}H$ ou ${}^{1}_{1}p$ : proton ou noyau d'hydrogène 1.

ß⁺ : positif (${}^{0}_{+1}e^{+}$) des positrons ou positons.

**n** : non chargé, ${}^{1}_{0}n$ neutron.

**b) C'est un phénomène spontané :**

La radioactivité est une transformation spontanée qui n'est pas influencée par les différents facteurs physiques (T, P, concentration, ...).

**c) C'est un phénomène nucléaire**

*Un nucléïde émet la même radioactivité quelque soit les conditions physiques ou chimiques dans lesquelles il se trouve : ex: atomique (U) ion simple ($U^{4+}$), ion composé ($UO_2^{2+}$), composé neutre $U(SO_4)_2$ ; état liquide, solide ou gazeux, ...

* Comme les isotopes possèdent les mêmes propriétés chimiques qui ne dépendent que des niveaux électroniques, on conclut que le phénomène de radioactivité affecte seulement les noyaux. Donc, la radioactivité résulte d'une réaction nucléaire spontanée.

## II/ MECANISMES NUCLEAIRES SPONTANES

### 1°) Réactions nucléaires spontanées naturelles :

**a) radioactivité α:**

Elle est caractéristiques des noyaux lourds ($Z > 82$) ou $A > 200$).

$$\underset{Z}{\overset{A}{X}} \rightarrow \underset{2}{\overset{4}{He}} + \underset{Z-2}{\overset{A-4}{X}}$$

(X : père) et (Y : fils)

**b) Radioactivité ß⁻ :**

Elle est observée surtout pour les noyaux très riches en neutrons qui se transforment en protons :

$$\underset{Z}{\overset{A}{X}} \rightarrow \underset{-1}{\overset{0}{e}} + \underset{Z+1}{\overset{A}{Y}}$$

**c) Désexcitation γ :**

Elle accompagne souvent les radioactivités α et ß. Comme γ est un rayonnement électromagnétique (c.à.d. formé de photons de masse et de charge nulles) $\Rightarrow \underset{0}{\overset{0}{\gamma}}$

$$\underset{Z}{\overset{A}{X^*}} \rightarrow \underset{Z}{\overset{A}{X}} + \underset{0}{\overset{0}{\gamma}}$$

état excité état fondamental (ou moins excité)

### 2°) Réactions nucléaires spontanées artificielles

**b) Radioactivité p :** $\underset{Z}{\overset{A}{X}} \rightarrow \underset{1}{\overset{1}{p}} + \underset{Z-1}{\overset{A}{Y}}$

**b) Radioactivité ß+ :** $\underset{Z}{\overset{A}{X}} \rightarrow \underset{+1}{\overset{0}{e}} + \underset{Z-1}{\overset{A}{Y}}$

**c) Radioactivité n :** $\underset{Z}{\overset{A}{X}} \rightarrow \underset{0}{\overset{1}{n}} + \underset{Z}{\overset{A}{Y}}$

**3°) Filiation radioactive:**

Une famille radioactive est constituée d'un ensemble de noyaux radioactifs issus d'un noyau initial et formés par désintégrations successives conduisants à un noyau stable. Dans la nature il existe 3 ou 4 familles. Ex: (père: Uranium, dernier fils: Plomb).

**4°) Loi de conservation:**

Dans toute désintégration nucléaire il y a conservation de :

a) **l'énergie totale**
b) **la quantité de mouvement** $\vec{p}$
c) **le nombre total de charge Z**
d) **le nombre de masse total A.**

**5°) Loi de décroissance radioactive**

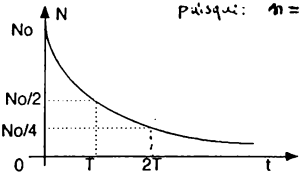
Si à un instant initial on a $N_0$ atomes radioactifs dans une masse m d'un composé, alors à un instant $t > 0$ il reste seulement N radioéléments ($N < N_0$) avec : $N = N_0\, e^{-\lambda t}$ : loi de décroissance radioactive, avec $\lambda$ : la constante radioactive (en $s^{-1}$).

On définit l'activité A comme étant le nombre de désintégrations produites par une source radioactive pendant une seconde (exprimée en Becquerel : **Bq**) $A = |dN/dt| = \lambda N = A_0\, e^{-\lambda t}$ avec $A_0 = \lambda N_0$

On appelle "**période**" radioactive ou "**demi-vie**" la durée **T** nécessaire pour que le nombre de radioéléments diminue de la moitié. on a : $T = \text{Log}2 / \lambda$.

On a aussi $m = m_0\, e^{\lambda t}$

Puisque : $m = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$




**6°) Energie libérée**

Soit la réaction : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A-4}_{Z-2}Y$ l'énergie libérée par la réaction nucléaire est $W = \Delta m.c^2$ avec la **perte de masse** : $\Delta m = m_X - m_Y - m_\alpha$.

# C - REACTIONS NUCLEAIRES PROVOQUEES

Maintenant les réactions nucléaires ne sont plus spontanées, elles sont **provoquées** par des chocs entre les noyaux. On dit qu'on a une transmutation. En plus des rayonnements naturels $\alpha$ , $\beta^-$ et $\gamma$ , les réactions provoquées peuvent être le siège d'une émission d'autres rayonnements tels que neutrons ($^1_0n$) protons ($^1_1p$ ou $^1_1H$) et positrons ($^0_1\beta^+$ ou $^0_1e$).

## 1°) Réaction de Fission

Un **projectile** (généralement un **neutron**) frappe un **noyau lourd** (dit **fissile**) qui se scinde en **deux noyaux de masses comparables** et quelques **neutrons** et un **photon** $\gamma$. Cette réaction est **très exothermique** et peut être en **chaîne** à cause des neutrons obtenus (Bombe atomique) et devient incontrôlable. Par contre dans les réacteurs nucléaires, elle est contrôlée (centrale nucléaire).

$$^1_0n + {}^A_Z X \rightarrow {}^{A1}_{Z1}X_1 + {}^{A2}_{Z2}X_2 + k\ {}^1_0n$$

Ex : $^1_0n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{95}_{39}Y_1 + \ldots\ldots\ldots + 3\ {}^1_0n \quad (^{138}_{53}I)$

## 2°) Réaction de Fusion:

C'est une **fusion de deux noyaux très légers** qui donne un **noyau moins léger** et un **rayonnement**.

Cette réaction est aussi exothermique et **ne peut être amorcée qu'à très haute température**.

Ex: $D + T \rightarrow \alpha + n$

Remarque: Ce type de réactions se font dans les étoiles (soleil) , dans les bombes H (à hydrogène).

# Addenda

# LES AMPLIFICATEURS OPERATIONNELS

## A - PRESENTATION

### 1°) Description

L'amplificateur étudié comprend 8 bornes :

* **$E^+$** et **$E^-$** : les deux entrées de l'amplificateur opérationnel.

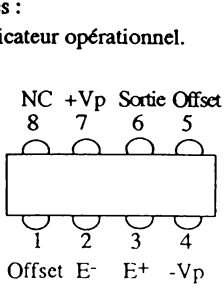
**($E^-$)** : entrée inverseuse et

**($E^+$)** : entrée non inverseuse.

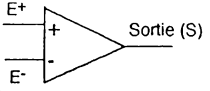
* **NC** : une borne non connectée.

* **+ Vp** et **-Vp** : tensions continues d'alimentation pour l'AOP (appelées tensions de polarisation ±15V)

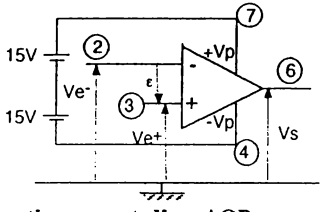
* Offset (décalage) branchée à des résistances variables pour donner $V_{sortie} = 0$ en l'absence de signal d'entrée.



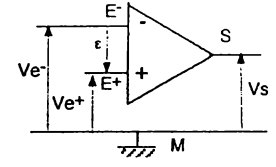

Symbole :



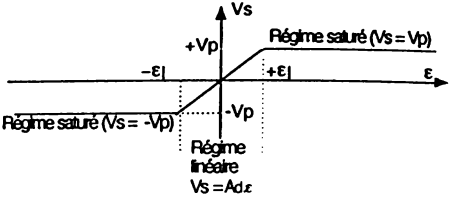

### 2°) Polarisation d'un AOP




### 3°) Mode de fonctionnement d'un AOP




la tension différentielle : $\varepsilon = V_e^+ - V_e^-$




où $A_d = V_p/\varepsilon_1$

## 4°) Grandeurs caractéristiques d'un AOP

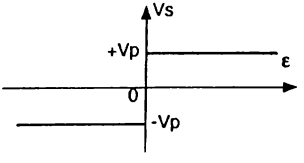
**a)** Gain différentiel en boucle ouverte k ou $A_d$

$V_s = A_d.\varepsilon$ $\quad A_d \approx 10^5$ (élevé)

**b)** Résistance d'entrée $R_e$ et de sortie $R_S$

$V_e = R_e\, i_e$ ; $V_S = R_S\, i_S$

## 5°) Amplificateur Opérationnel idéal




$A_d \to \infty$

$R_e \to \infty \Leftrightarrow V_s = A_d.\varepsilon \Leftrightarrow \varepsilon \approx 0$

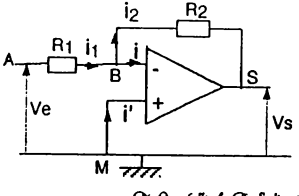
$R_s \to 0 \quad V_e = R_e\, i_e \Leftrightarrow i_e \approx 0$

# B - ETUDE DE QUELQUES MONTAGES

Un amplificateur opérationnel (AOP) est toujours utilisé dans des montages.

## I - Amplificateur inverseur

$\boxed{V_S = -(R_2/R_1).V_e}$ *




Amplificateur idéal :

($i^+ \approx i^- \approx 0$ et $\varepsilon \approx 0$)

$V_e = u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$

$= R_1.i_1 - \varepsilon = R_1.i_1$ ; $Vs = u_{SM} = u_{SB} + u_{BM} = - R_2.i_2 - \varepsilon = - R_2.i_2$

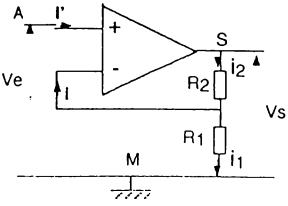
Loi des noeuds : $.i_1 = i_2 + i = i_2$ d'où : $Vs/Ve = - R_2/R_1$.

**a/** Cas où : $R_1 \neq R_2$ alors : $V_S = -(R_2/R_1)V_e$ amplificateur inverseur

**b/** Cas où : $R_1 = R_2$ alors : $V_S = - V_e$ inverseur.

## II - Amplificateur non inverseur

$$V_S = (1 + R_2/R_1).V_e$$




Amplificateur idéal :

$(i^+ \approx i^- \approx 0$ et $\varepsilon \approx 0)$

$Ve = u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$

$= \varepsilon + R_1.i_1 = R_1.i_1$ ;

$Vs = u_{SM} = u_{SB} + u_{BM}$

$= R_1.i_1 + R_2.i_2$

Loi des noeuds : $.i_2 = i_1 + i = i_1$ d'où : $Vs/Ve = (R_1 + R_2)/R_1$.

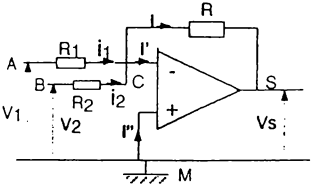
**a/** Cas où : $R_1 \neq R_2$ alors : $V_S = (R_1 + R_2)/R_1.V_e$ amplificateur non inverseur.

**b/** Cas où : $R_2 << R_1$ alors : $V_S \approx V_e$ suiveur.

**c/** Cas où : $R_1 << R_2$ alors : $V_S \approx (R_2/R_1).V_e$ amplificateur non inverseur.

## III - Sommateur inverseur

$$V_S = - R.(V_1/R_1 + V_2/R_2)$$




Amplificateur idéal :

$(i^+ \approx i^- \approx 0$ et $\varepsilon \approx 0)$

$V1 = u_{AM} = u_{AC} + u_{CM}$

$= R_1.i_1 - \varepsilon = R_1.i_1$ ;

$V2 = u_{BM} = u_{BC} + u_{CM}$

$= R_2.i_2 - \varepsilon = R_2.i_2$ ; $Vs = u_{SM} = u_{SC} + u_{CM} = - R.i - \varepsilon = - R.i$

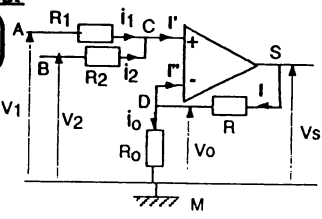
Loi des noeuds : $i_1 + i_2 = i = i' = i$ d'où : $Vs/R = - (V_1/R_1 + V_2/R_2)$.

**a/** Cas où : $R_1 = R_2 \neq R$ alors : $V_S = -(R/R_1).(V_1 + V_2)$ sommateur amplificateur inverseur

**b/** Cas où : $R_1 = R_2 = R$ alors : $V_S = -(V_1 + V_2)$ sommateur inverseur.

## IV - Sommateur non inverseur

$$V_S = \frac{(R_0+R).R_1R_2}{R_0\ (R_1+R_2)\ R_1\ R_2}.(\frac{V_1}{}+\frac{V_2}{})$$




Amplificateur idéal :

$(i^+ \approx i^- \approx 0$ et $\varepsilon \approx 0)$

$V_1 = u_{AM} = u_{AC} + u_{CD} + u_{DM}$

$= R_1.i_1 + \varepsilon + R_0.i_0$

$= R_1.i_1 + R_0.i_0$ ;

$V_2 = u_{BM} = u_{BC} + u_{CD} + u_{DM} = R_2.i_2 + \varepsilon + R_0.i_0 = R_2.i_2 + R_0.i_0$ ;

$V_S = u_{SM} = u_{SD} + u_{DM} = R.i + R_0.i_0$

Loi des noeuds : $i = i_0 + i'' = i_0$ d'où : $V_S = (R + R_0).i$

Loi des noeuds : $i_1 + i_2 = i' = 0$ d'où : $(V_1 - R_0.i)/R_1 + (V_2 - R_0.i)/R_2 = 0$

alors : $V_1/R_1 + V_2/R_2 = R_0.(1/R_1+1/R_2).V_S/(R_0+R)$ d'où :

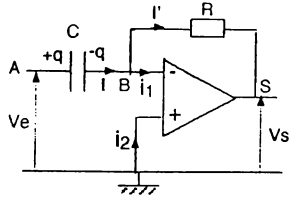
$$V_S = \frac{(R_0+R).R_1R_2}{R_0\ (R_1+R_2)\ R_1\ R_2}.(\frac{V_1}{}+\frac{V_2}{})$$

**a/** Cas où : $R_1 = R_2$ et $R \neq R_0$ alors : $V_S = (R_0+R)/2R_0.(V_1 + V_2)$ sommateur amplificateur non inverseur.

**b/** Cas où : $R_1 = R_2$ et $R = R_0$ alors : $V_S = V_1 + V_2$ sommateur non inverseur.

## V - Montage Dérivateur

$$v_S = -RC.dv_e/dt$$




Amplificateur idéal :

$(i^+ \approx i^- \approx 0$ et $\varepsilon \approx 0)$

$V_e = u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$

$= q/C - \varepsilon = q/C$ ;

$V_S = u_{SM} = u_{SB} + u_{BM}$

$= -R.i' - \varepsilon = -R.i'$

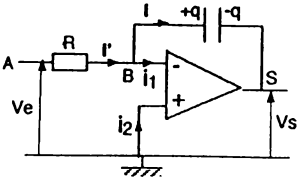
Loi des noeuds : $i = i_1 + i' = i'$

or $i = dq/dt$ ce qui donne : $-v_s/R = d(C.v_e)/dt = C.dv_e/dt$

d'où : $v_S = -RC.dv_e/dt$

## VI - Montage intégrateur

$v_S = -1/RC \int v_e.dt$




Amplificateur idéal :

$(i^+ \approx i^- \approx 0$ et $\varepsilon \approx 0)$

$Ve = u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$

$= R.i' - \varepsilon = R.i'$ ;

$Vs = u_{SM} = u_{SB} + u_{BM}$

$= - q/C - \varepsilon = - q/C$

Loi des noeuds : $i' = i_1 + i = i$

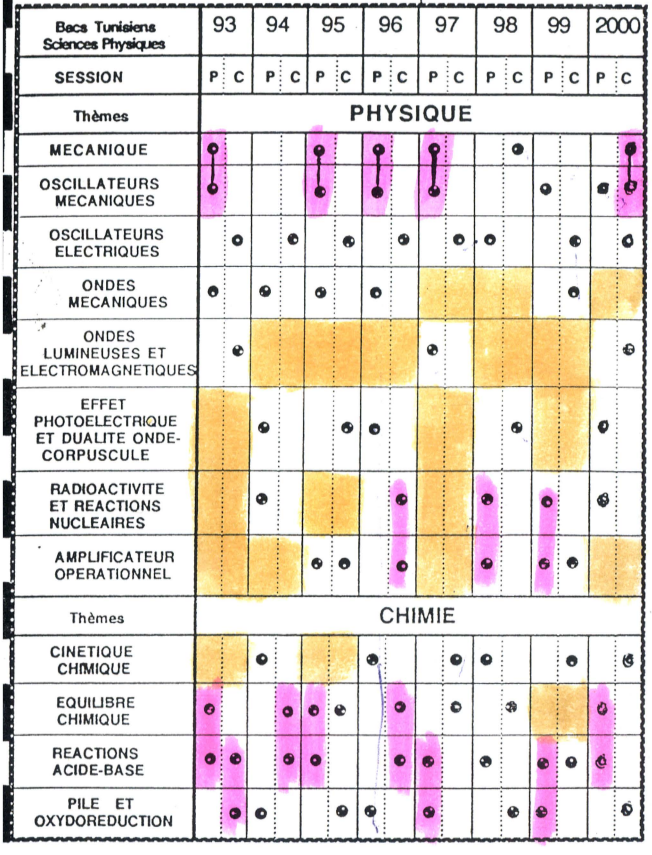
or $i = dq/dt$ ce qui donne :

$v_s = - q/C = - 1/C.\int i.dt$ d'où : $vs = -1/RC.\int ve.dt$

RC est appelé constante de temps (en s).

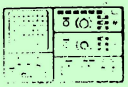
# Addenda

*Répartition des différents thèmes des Bacs Tunisiens*



# AIDE-MEMOIRE

Essentiels de cours ; Définitions pour les questions de cours dans le Bac ; Techniques et Méthodes de Calcul ; Astuces ; Conseils et Remarques ; Tests d'assimilations (Q.C.M.) ; Exercices d'application types corrigés et commentés ; Addenda pour vos remarques personnelles pour chaque leçon.



*Cette collection se veut une petite bibliothèque accessible à tous les élèves qui veulent un moyen d'aider les candidats au Baccalauréat à réussir dans leur préparation à cet examen national.*

*D'une manière concise, ces livres de poche visent par les tests et les exercices types proposés à permettre à l'élève d'acquérir graduellement une méthode de la résolution des problèmes.*

*Reprenant les différents points du programme en cours, ces livres veulent être pour l'élève un outil de révision efficace ; les devoirs de synthèse à la fin de chaque trimestre ainsi que l'examen final, le Bac.*

ISBN 2-911 389 764-6

*Livre de poche*

Prix : 4 000